中 央 研 究 院
三 民 主 義 研 究 所

專 題 選 刊

(二)

小康、大同與均富

—「關心」的社會之所得分配與財政收支 —

周 建 富　費 景 漢

中 華 民 國
臺 灣　臺 北　南 港

中華民國六十六年四月

（七十四年重新排印出版）

小康、大同與均富

—「關心」的社會之所得分配與財政收支—

周 建 富　　費 景 漢

序　言

西洋的經濟學自從原富開始到今天，已經有兩百多年歷史。亞當斯密氏的經濟學有一個最基本的假設，就是每一個人都要追求自己最大的利益。說得嚴格一點，就是每一個經濟人（ economic man ），無論是消費者或生產者，都無時無刻不在追求個人最大的利益。根據這個利己的原則（ egoism ），經濟學家二百年來建立了整個經濟學的體系〔註一〕，用以分析在市場制度下各種有關生產因素有效使用的問題，如生產、消費、分配等，而得到豐碩的成果。其中以一般均衡理論爲最精彩的具體表現。這種豐碩的成果使一般經濟學家有一個牢不可破的想法，認爲自利是經濟行爲的鐵律（ The iron law of economic behavior ）古典經濟學體系可稱爲利己的經濟體系（ egoistic economic system ），也就是「貨力爲己」的小康社會的經濟體系。

然而，在一個具有文化的社會裡，人類的行爲，包括經濟的行爲，絕對是互相關心，而非完全漠不關心的。慈烏反哺，羊羔跪乳，禽獸尙且有互相關心的本能，何況人類？從比較文化的立場來看，我國文化傳統最顯著的一點，就是先秦諸子百家以降，就把「怎樣組織一個理想的社會」當做文化思想的核心問題。而研究此問

題的出發點就是先要探討人性的分類，比如孟子的性善，荀子的性惡，陽朱的爲我和墨子的兼愛，都可以解釋爲有關人性的分類和不同的看法。無論如何，社會的組成份子彼此之間並非漠不關心，此一事實，則爲各學派所共同承認。禮運大同篇說得好：「……人不獨親其親，不獨子其子；使老有所終，壯有所用，幼有所長，矜寡孤獨廢疾者皆有所養；男有分，女有歸。貨惡其棄於地也，不必藏於己；力惡其不出於身也，不必爲己。」

本文把「關心」這兩個字當作一個中立的名詞來使用，包括「愛」和「惡」。如果一個社會中「關心」是一個很重要的現象，我們把這種社會叫作「關心」的社會（concerned society），而針對這種社會所建立的經濟體系，可稱爲互相關心的經濟體系（concerned economic system）。準此而言，古典的利己經濟體系只是關心的經濟體系的一個特殊的情形。

古典的經濟體系雖能幫助我們瞭解很多經濟現象—也許是絕大多數的經濟現象—但是，也有許多很重要的經濟現象在一個古典的經濟體系中，根本不能研究。一旦「關心」成爲經濟行爲的一個主要動機時（也就是利己不是唯一的動機），這些現象就不能在古典體系中研究，因爲這種行爲法則已超過古典體系以外。

舉例來說，秉承中國傳統文化的 國父，在民生主義中，主張平均地權和節制私人資本，使「均富」成爲指導我們社會組織的一個最高原則。後知後覺的西洋經濟學者，在最近十年才開始研究所得分配問題（Problem of Family Income Distribution）。而事實上，理想的國民所得分配，在一個關心的社會與一個不關心的社會是截然不同的。因爲每個人如果都是自私的，就沒有人心甘情願納稅。在一個自私的社會，納稅只是一種義務。相反的，一個不自私的人便會欣然接受稅租的負擔。也就是說在一個不自私的社會，納稅便是一種權利。事實上，一個民主國家採用累進所得稅制度時，嚴懲逃稅只是一個消極的因素，而大多數國民欣然接受納稅義務，才是這種制度得以有效推行的基本原因。所以在研究類似所得稅這種重要問題時就不能在利己的古典體系中求得圓滿的答案。

一國的租稅以不同程度由國民負擔，而政府的支出亦以不同程度由國民受益。在一個合理的民主社會，政府支出必須反映出全民的「意志」。而此「意志」無非是反映人民互相「關心」的程度。所以我們如果不假定互相「關心」，就沒法研究何為有效合理的財政政策。所以近代學者在研究政府收支和所得分配問題時，已經逐漸脫離古典體系而以關心社會為基礎建立新的理論體系〔註二〕。

本文第一節討論在古典經濟學體系中如何處理所得分配問題之基本概念。為了以嚴謹的方法探討所得分配問題，我們把這些基本概念加以數量化。第二節分析關心的社會，我們也同樣採用這種數量方法。假如社會組成份子彼此互相關心，則可以利用方形矩陣描寫其互相關心的情況。依此可將「關心社會」之概念數量化，以便從全社會觀點檢討人性分類之問題。

近代效率概念乃基於白拉圖式至善境界（ Pareto optimal ）的效用概念，此概念可應用於所得分配問題。假如由市場制度所決定之國民所得分配形態在不傷害任何人之大前題下不能再以重分配方式來增進任何人之福利，則該分配形態即為白拉圖式之至善境界。此即為本文討論之主旨，於第三節說明之。一個民主社會似應有某種反映共同意志之合理原則，藉以估計每個國民之納稅身份（ Fiscal Status，即決定某人應否納稅，某人應否接受津貼）。假定由市場決定之某一所得分配形態已達到白拉圖式之至善境界，則以納稅身份判斷，任何國民皆無納稅之義務或接受津貼之權利，是故此決定納稅身份之原則即為白拉圖式至善境界之充要條件（Necessary and Sufficient Condition），此即為本文所要證明之基本定理，於第四節論證之。由此觀之，當白拉圖境界達到時，該社會即不值得再採取任何財政措施。此即為充要條件之經濟解釋，於本文第五節申論之。

就近代國家財政政策的內容來看，國民之間所得的移轉實屬次要問題，而政府之有關國防、教育、司法、行政等項之預算分配方屬主要問題。而一合理社會，預算之分配尤須反映國民之共同意志，而須以某種原則估計任何政府支出項目之社會價值。在白拉圖式之有效境界達到時，任何政府支出的變動不會再有價值，因此，

納稅人也不願接受。此爲前節基本定理之推廣，於第六節申論之。

爲便於分析說明，本文主文中，將以二人組成之社會舉例說明問題之道理所在。唯分析之結果可直接擴充爲由多數人所組成之社會，本文附錄以數學方法將主文中之理論一般化。

(1) 利己主義與所得重分配

古典傳統的利己主義，最基本的表徵就是基數效用函數的假定，其形式如下：

(1-1)　(a)　$u_1 = U^1(Y_1)$，$m_1 = dU^1/dY_1 > 0$，$d^2U^1/dY_1^2 < 0$

　　　(b)　$u_2 = U^2(Y_2)$，$m_2 = dU^2/dY_2 > 0$，$d^2U^2/dY_2^2 < 0$

(Y_1, Y_2) 代表所得分配的樣式，(U_1, U_2) 則爲兩人的基數效用(Cardinal utility)。通常假定這些效用函數滿足邊際效用遞減律；利己主義是指一個人的快樂程度（效用）完全決定於自己所得之高低。

我們把第一個人的總效用和邊際效用繪在圖 1a．b.，圖上的邊際效用大於零，但是，隨所得提高而減少。假定總所得（Y）固定：

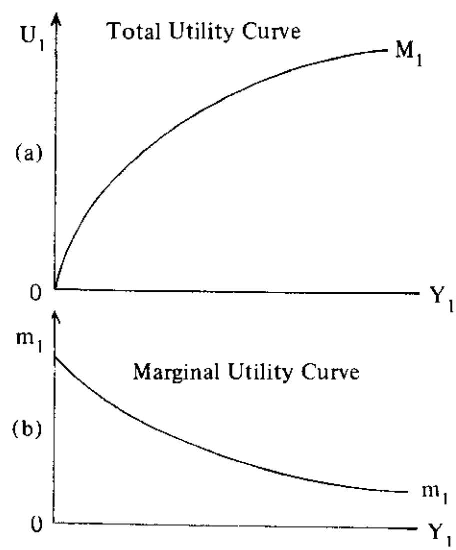


圖 1

（1-2）　$Y_1 + Y_2 = \overline{Y}$ ，

而以圖 2a 橫軸OO′ 的距離代表之，則 OO′ 上之任意點 D代表一種所得分配的樣式，（ OD代表第一個人的所得 Y_1 ，DO′ 代表 Y_2 ）。第一個人的總效用繪於指向上方的 u_1 軸，第二個人的總效用則繪於指向下方的 u_2 軸。 u_1 曲線和 u_2 曲線之間的垂直距離繪於圖 2c， 代表整個社會的總合快樂程度 $u_2 + u_2$ 。社會總合快樂程度在圖 2c 的 E點達到最大，此時兩人的邊際效用曲線相交——如圖 2 d 之 E 點所示。

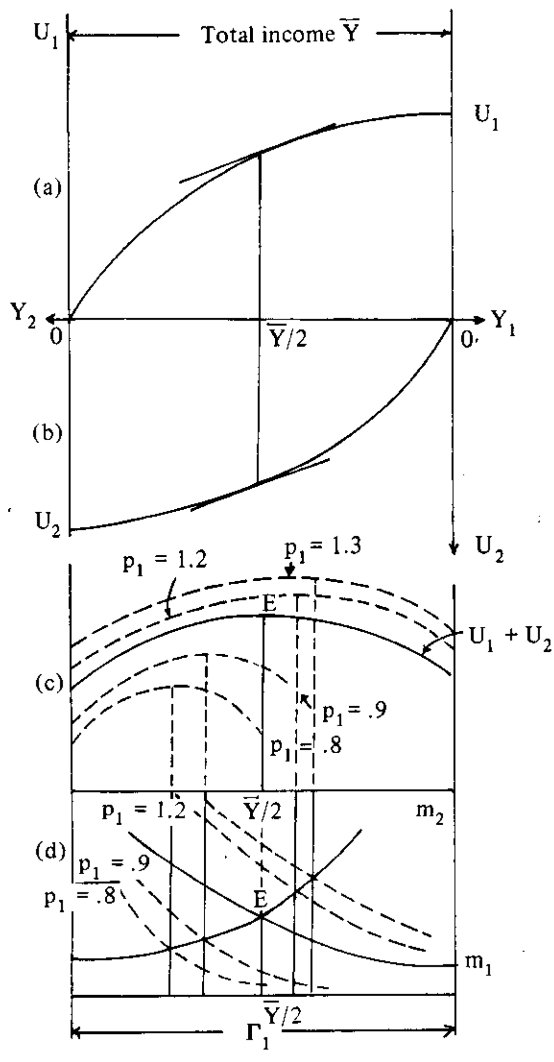


圖 2

要接受社會總快樂程度 $u_1 + u_2$ 的觀念，必須假定各別個人的快樂程度是可相加、比較的（additively comparable）。沒有這個假定，我們就不能用基數效用方法來研究所得分配平均的問題。例如 Atkinson〔註三〕的「平等主義原則」，便假設每個人的效用函數形態完全相同（即 $U^1(\ ) = U^2(\ )$，因此，可相加、比較），因而得到一個結論：當總所得平均等分給每一個人時（$Y_1 = Y_2 = \overline{Y}/2$，如E點），社會總快樂程度 $u_1 + u_2$ 達到最高。

從經濟事實來看，個人的效用函數顯然不會完全相同，因此，可相加、比較的假設顯然不切實際。設（p_1，p_2）各自代表第一個人和第二個人效用之權數。則加權的社會總合快樂程度爲：

（1-3）　$u = p_1 U^1(Y_1) + p_2 U^2(Y_2)$　　$p_1, p_2 \geq 0$

要接受這個觀念，必須假定個人效用是可以加權相加的。

在圖 3a，每條曲線各自代表 $p_1 = .8, .9, 1., 1.2, 1.3$ 等等所對應的第一個人之加權效用。圖 3 b 則爲各自對應的第一人之邊際效用曲線。

假定第二個人的效用權數維持不變，即 $p_2 = 1$，然後把第一個人的加權邊際效用曲線繪在圖 2 d，我們可以發現，要使加權的社會總合快樂程度達到最大，必須分配更多的所得給權數增大的人（在本圖例中，即是指第一個人）。

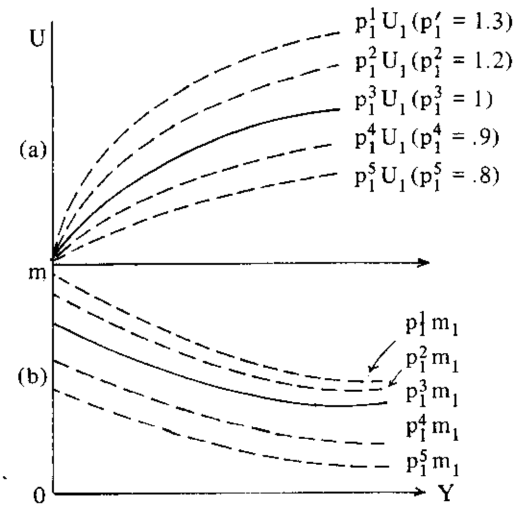


圖 3

權數 p_i 代表對第 i 個人效用的估價。對於這個權數，我們至少可以找到兩點經濟涵義。首先，(p_1，p_2) 可以看成社會的權力結構 (Power Structure)。根據這種解釋，假定其他條件相同，更多的所得必須分給權力較大的人 (在 $p_i > 0$，而 $p_j = 0$，$j \neq i$ 時，第 i 個人稱為獨裁者)。在利己主義及平等主義的假定下，要使加權社會總合快樂程度達到最大，獨裁者顯然必須囊括所有的所得 ($Y_i = \overline{Y}$)〔註四〕。

p_i 的第二個涵意與第 i 個人的感情敏感程度 (emotional sensitivity) 有關。假定第二個人是感情成熟的人。我們在圖 2 d 以原有的實線 m_2 代表其未加權的邊際效用函數，再以虛線代表敏感程度不同的人之未加權的邊際效用函數 (圖 2 d 較高的曲線可以想像為一個誇大本身感受而過度神經質的人之邊際效用函數)。如果不用權數來平減，而以「自然單位」衡量效用，則為達到社會總合快樂最大，必然要把較多的所得給「過度神經質」的人。為了公平起見，這種人的效用價值必須用較低的權數 p_i 來平減之。

為了分析上的方便，我們將採用第一種解釋，稱 (p_1，p_2) 為社會權力結構。

(2) 關心的社會

在一個相互「關心」的 (而非利己的) 社會，個人的快樂程度還決定於別人的所得。因此，個人的效用函數可以寫成：

(2 - 1)　(a)　$u_1 = U^1 (Y)$

　　　　　(b)　$u_2 = U^2 (Y)$

　　　　　(c)　$Y = (Y_1 , Y_2)$

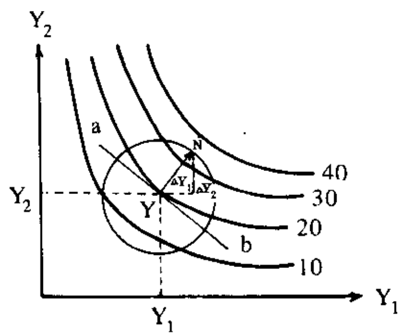
這樣的函數形態表示一個人的快樂程度決定於整個所得分配的樣式。從 (2 - 1) 我們可以設定如下之邊際效用矩陣：

(2-2)

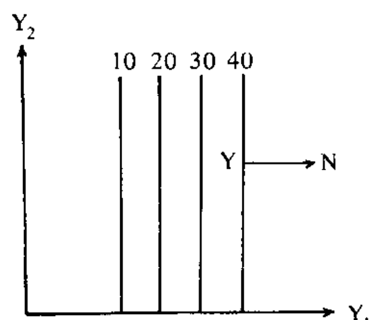
$$U=\begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial U^1}{\partial Y_1} & \dfrac{\partial U^1}{\partial Y_2} \\ \dfrac{\partial U^2}{\partial Y_1} & \dfrac{\partial U^2}{\partial Y_2} \end{bmatrix}$$

對角線的元素 u_{ii} 代表第 i 個人所得增加一元時，自己快樂增加的程度。非對角線元素 u_{ij}（ $i \neq j$ ）表示別人（第 j 個人）所得增加一元時，自己（第 i 個人）快樂增減的程度。在一個關心的社會，第 i 個人對於自己及同胞的經濟福祉所抱的態度可以由U矩陣的第 i 個橫列看出來。

在圖 4 ，我們把 Y_1 , Y_2 分別繪於橫座標和縱座標。第一個人的效用函數 u_1 可以用等效用曲線圖表示。圖中，所得分配的樣式為 $Y=(Y_1, Y_2)$ ，ab 為通過 Y 點之等效用曲線之切線，YN為其法線（ norm ）。法線變動方向 $(\triangle Y_1, \triangle Y_2)$ 代



(4a)



(4b)

圖 4　等效用曲綫圖

表此人最喜歡的所得分配變動方向。在圖4，（$\triangle Y_1>0$，$\triangle Y_2>0$）代表當兩人的所得同時從最初值（Y_1，Y_2）增加時，此人的快樂程度必然提高〔註五〕。

以法線方向做為着眼點，我們可以把社會的成員分成四種類型，如圖5之Ω_1，Ω_2，Ω_3與Ω_4四區域。在Ω_1區域之任何一點Y_1，（即法線為$\overrightarrow{YY_1}$之人），當每人的所得都增加時，此人的總效用必然增加。具有兼愛思想的人屬於此類。法線指向Ω_2區域，如YY_2者，樂於犧牲自己成全別人。此類型以耶穌基督為代表（包括那些寧願折磨自己背起十字架的人）。

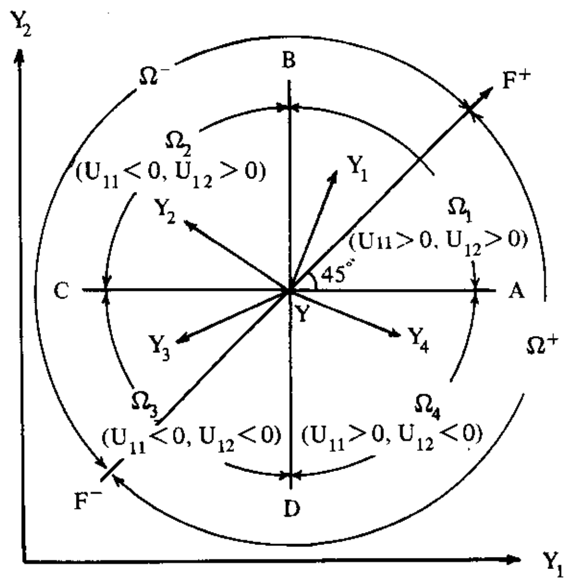


圖 5

法線指向Ω_4區域，如$\overrightarrow{YY_4}$，代表那些幸災樂禍，損人利己的人。在一個以顯身揚名為目標的社會，如果凌駕別人成為個人行為的原動力，則社會成員大抵屬此類型。最後，法線指向Ω_3區域者，以自己和別人的損害為樂事，可以說是具有犯罪心理傾向者的典型。

應注意者，在四個區域的邊界代表四種邊界類型YA，YB，YC與YD。古典利

己主義的假定（如第一節所探討者）可以用YA類型代表之。這種類型的人只關心自己的所得，不在乎他人所得的高低。其他的邊界類型分別代表不同的社會哲學（YD代表虐待狂的人，YB爲忘己爲人者，而YC則爲樂於折磨自己的婆羅門教徒）〔註六〕。

顯然，$U^1(Y_1, Y_2)$的法線決定於下式之向量：

(2-3)　法線：$(\triangle Y_1, \triangle Y_2) = (u_{11}, u_{12})$

還有一種分類方法與以後的分析有關。這種方法把人分爲利己主義者（Ω^+）與利他主義者（Ω^-）兩類：

(2-4)　(a)　$\Omega^+ : u_{11} > u_{12}$

　　　(b)　$\Omega^- : u_{11} < u_{12}$

Ω^+的經濟意義是一個人愛自己更甚於愛別人或恨自己不如恨別人。Ω^-的情形則恰恰相反。因此，Ω^+可稱爲利己主義者，Ω^-爲利人主義者。二者的界限F^- F^+代表那些把自己所得和別人所得看成一樣重要的人。因此YE^+可以代表「天下爲公」的國父思想，我們將把F^- YE^+稱之爲博愛線(the Line of Universal Love)。

(3) 所得分配之效率

一個關心的社會，包括各式各樣社會人生觀類型的人。我們把兩個人的總效用曲線同時繪在圖6a。圖上的第二個人是屬於Ω_4類型的人，當他自己的所得提高而別人的減少時，此人的快樂程度隨之提高。當第一個人的所得少於總所得的80%時，他的總效用隨着自己所得增加而提高。但是超過80%以後，減少別人的所得來增加自己的所得反而會使他良心不安，而總效用反而遞減。這種人在低所得的時候屬於Ω_4類型，在高所得時屬Ω_2類型——除了守財奴以外，一般具有同情心的人多屬此類。

在這種情形下，所得分配的樣式可以區分爲$\Gamma_1\Gamma_2$兩類。在Γ_2上的任意點Y（即$Y_1 = .9$，$Y_2 = .1$），偏向第二個人的所得重分配，會使兩個人都得到好處。

因此，Γ_2涵蓋所有的無效率的所得分配樣式，或者稱爲白拉圖非至善的（ Pareto Nonoptimal）所得分配樣式。另一方面，Γ_1 包含所有有效率（或稱爲白拉圖至善）的樣式，無法再以任何方式的重分配使兩人都受益。在圖 2 利己主義的古典世界裡，我們可以發覺所有的分配樣式都是白拉圖至善的（即Γ_2爲空集合）。換句話說，只有在關心的社會裡，才有所得分配的問題。

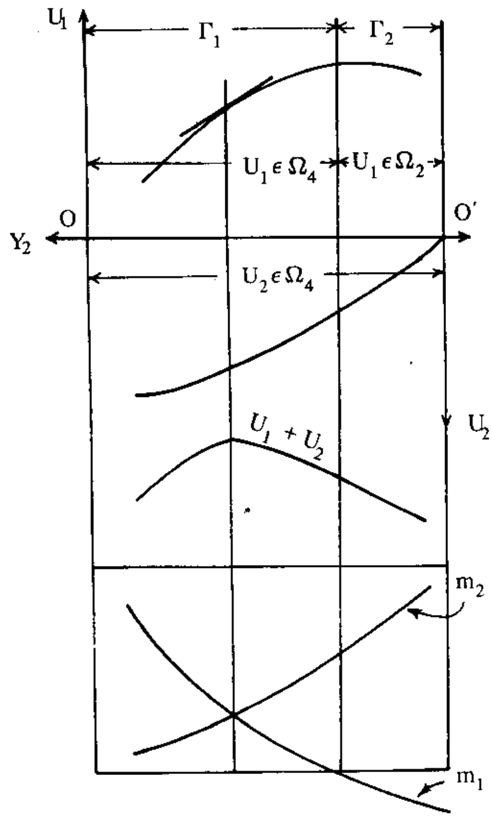


圖 6

在圖 7 ，兩個人都具有同情心，Γ_2成爲不相連的兩個區域。在這種富同情心的社會，任何方向的過度不平均都不是有效率的。我們可以看出，在 n 個人的社會，Γ_1 與 Γ_2 的結構可能變成相當複雜。如果一開始社會的所得分配樣式落在 Γ_2 範圍，如何走向 Γ_1 又是一個問題〔註七〕。本文的目的是研究一個特殊的問題：一個所得分配樣式 Y 屬於Γ_1（也就是白拉圖至善）的充分必要條件是什麼？

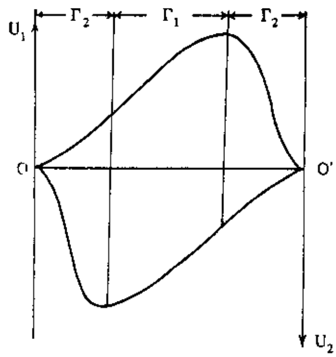


圖 7

(4) 白拉圖至善的充要條件

本節僅以兩個人的社會爲例，探討達到白拉圖至善境界的充要條件。至於 n 個人的社會，則留待第七節討論。

（2-2）式之 U 一矩陣爲原先所得分配樣式 $Y=(Y_1, Y_2)$ 之函數。爲強調這點，我們可以寫成 $U_y=F(Y)$，F 爲矩陣函數。已知 U_y，我們可以開始研究某些有關的微量變動。首先，下式的向量

（4-1） (a) $\overrightarrow{dY}=(dY_1, dY_2)$ 滿足

(b) $dY_1+dY_2=0$ （預算平衡線）

稱爲財政計劃（或「平衡」的財政計劃），以表示其滿足（4-1b）預算平衡條件。此種計劃用來修正原先所得分配樣式，其對個人效用的影響可以用下式的向量表示：

（4-2）

(a) $\overrightarrow{du}=\begin{bmatrix} du_1 \\ du_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} u_{11} & u_{21} \\ u_{12} & u_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} dY_1 \\ dY_2 \end{bmatrix}$ 或者

(b) $\overrightarrow{du}=U\ \overrightarrow{dY}'$

這個式子即是（2-1ab）的全微分。

特別是，當一個財政計劃滿足下列條件。

（4-3） $\overrightarrow{du}=U\ \overrightarrow{dY}'\geqq 0$ （無損害的財政計劃）

沒有人受到傷害（即 $du_i \geqq 0$ ，$i=1,2$ ）。因此這個財政計劃稱為無損的。用這個術語，我們可以正式而嚴謹的把白拉圖至善定義為：

定義：如果原先所得分配Y滿足下述條件，則為白拉圖至善

（4-4）　(a)　$\forall(\overrightarrow{dY})\ (U_y\ \overrightarrow{dY} \geqq 0 \Rightarrow U_y\ \overrightarrow{dY} = 0)$

換句話說，所有的無損害財政計劃都無法使任何人的效用絕對增加。因此白拉圖非至善即是

(b)　$\exists(\overrightarrow{dY})\ (U_y\ \overrightarrow{dY} \geqq 0\ \&\ U_y\ \overrightarrow{dY} \neq 0)$

這是說，存在有無損害財政計劃使至少有一個人的效用絕對增加。

我們先做一個白拉圖至善的幾何說明。在圖8中，把 dY_1 及 dY_2分別繪於橫座標和縱座標。（41b）之預算平衡線即負45° 線B^+B 。在OB^+ 射線上，第一人為納稅者，而第二個人為接受補助者。OB 射線則表示相反的情形。預算平衡線上的每一點是一種財政計劃。（2-2）式U_y 矩陣的行向量 v_1 代表第一個人的態度

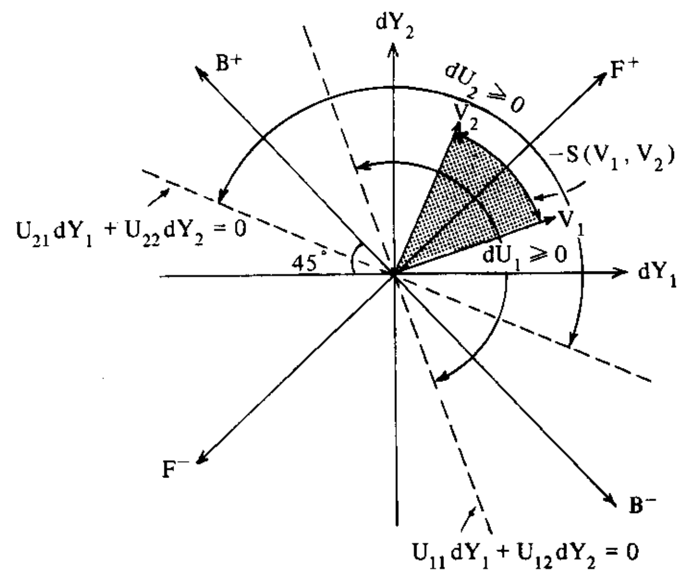


圖8

，以圖上的 $v_1 = (u_{11}, u_{12})$ 座標點代表之。根據圖五的分類方法，如果第一個人屬於 Ω_i 類型（ $i=1,2,3,4$ ），則 v_1 點落於圖8之第 i 象限。（在圖8第一個

人是Ω_1類型的人，v_1在第一象限。）

如果Ov_1與OB^-成銳角（如圖），OB^-線上的財政計劃會使第一個人的效用提高，這是由於du_1為正值。OB^+線上的情形則相反。同法把（2-2）的行向量$v_2=(u_{21}, u_{22})$用Ov_2向量代表之——圖示為Ω_2類型的人〔註八〕，既然Ov_1與Ov_2都和OB^-成銳角，則OB^-上的任何財政計劃都會使兩人得到好處。在這種情形由於OB^-的每一點都是無損的，原始的所得分配Y（其U矩陣為U_y）並非屬於白拉圖至善。

現在圖上作出預算平衡線的垂線F^-F^+。此線即圖5的兼愛線。顯然白拉圖至善可以用下述幾何方法判別之：

（4-5）　原先所得分配樣式Y滿足白拉圖至善，若且唯若v_1與v_2落在兼愛線的不同邊或同時落在兼愛線上。

否則，即可找到一個屬於OB^-或OB^+的無損財政政策，使至少有一人的效用絕對提高。（4-5）式的經濟意義是說，如果Y屬於白拉圖至善，兩個人必須同為利己主義者或同為利人主義者。

在圖8白拉圖至善的例子裡，v_1與v_2所架構成的凸錐集（convex cone）$S(v_1, v_2)$（圖8的陰影部份），與兼愛線F^-F^+相交。很明顯的，如果Y屬於白拉圖至善，$S(v_1, v_2)$的內部必然與F^-F^+相交。圖9所示為兩種相交情形。在第一種情形，$S(v_1, v_2)$與OF^+相交，第二種情形則$S(v_1, v_2)$與OF^-相交。現在我們要找出$S(v_1, v_2)$的經濟涵義以及二種情形的意義。

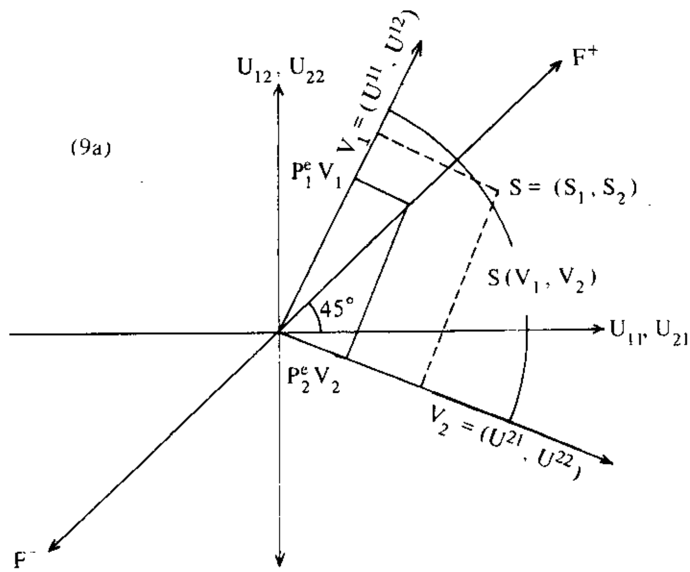
既然$S(v_1, v_2)$包含所有的$v_1 v_2$非負值線型組合，$S(v_1, v_2)$的任意點可以寫成

（4-6）

(a)　$s=(s_1, s_2)=p_1v_1+p_2v_2=(p_1 p_2)\begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{bmatrix}=p'U$ 而

(b)　$p=\begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \end{bmatrix} \geqq 0$

當 p 解釋成爲（1-3）式所謂的權力結構時，$s_1=10$ 意指第一個人的所得增加一元時，加權的社會總合效用將會增加 10 單位。$s=(s_1, s_2)$ 這個向量可以稱爲納稅身份結構。當 s_i 爲負值（正值）時，從公衆意見來看，第 i 個人應該納稅（接受救濟）。$S(v_1, v_2)$ 爲「納稅身份錐集」（fiscal status cone），包含所有可能的納稅身份結構。



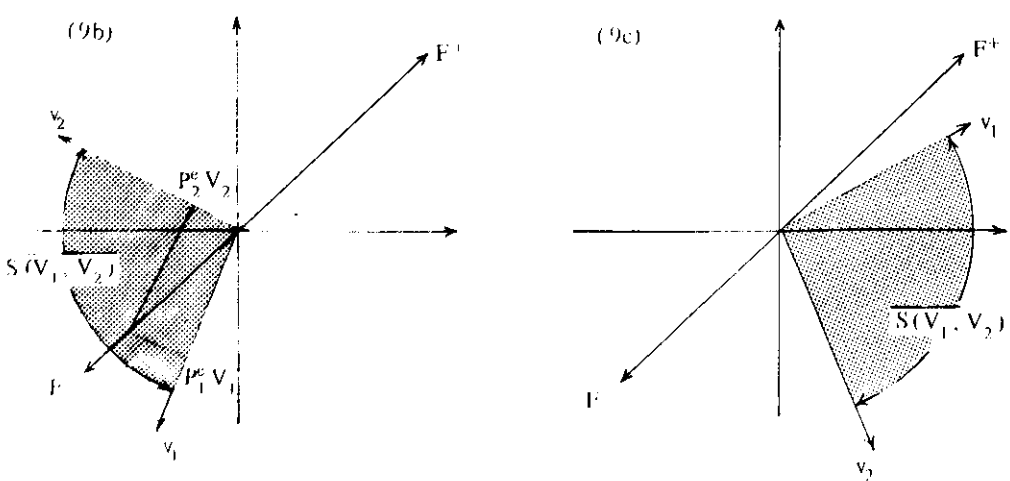


圖 9：(a)每個人都應接受補助津貼
(b)每個人都應納稅
(c)白拉圖非至善，第二個人應補貼第一個人

納稅身份錐集的內部 $S(v_1, v_2)$與兼愛綫相交卽是存在有一個正的權力結構，使每個人的納稅身份都相等（卽是 $s_1 = s_2$）。因此我們得到下一定理。

定理一：原先所得分配樣式Y屬於白拉圖至善，若且唯若 U_y 矩陣滿足下一特性：

$$\exists\, p > 0 \qquad (\, pU_y = (s, s)\,)$$

卽，存在有正的權力結構，使所有的人的納稅身份都相同。

圖 9 所示的兩種情形可以做爲定理一的系：

系一：白拉圖至善包含三種類型：

第一類　$s_1 = s_2 > 0$（所有的人都應當接受救濟）

第二類　$s_1 = s_2 = 0$（所有的人的所得都不應改變）

第三類　$s_1 = s_2 < 0$（所有的人都應當納稅。）

從下一例子可以看出，三種類型並不互相排斥：

(4-8)

$$\text{(a)}\quad U = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\text{(b)}\quad p = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad p'U = (1, 1)$$

$$\text{(c)}\quad p^* = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \qquad p^*U = (-1, -1)$$

不論（4-8b）或（4-8c）都證明U滿足白拉圖至善條件。但是（4-8b）說兩人都應接受救濟，而（4-8c）則說兩人都應納稅。

(5) 財政計劃的社會價值

現在我們要提出二人社會關於白拉圖至善條件的另一定理——定理的推廣和證明編於附錄。

設 p 爲任一非負權力結構，已知數對〔$p, \overrightarrow{dY}$〕——卽權力一計劃數對一我們可以定義出一個實數：

(5-1)

(a) $V[p, \overrightarrow{dY}] = [p_1, p_2] \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dY_1 \\ dY_2 \end{bmatrix}$

(b) $V[p, \overrightarrow{dY}] = s_1 dY_1 + s_2 dY_2 = s' \overrightarrow{dY}$

其中 $s = (s_1, s_2) = p'U$ 或者

(c) $V[p, \overrightarrow{dY}] = p' \overrightarrow{du}$ 其中du定義如(4-2)

這個實數稱爲「相對於權力結構p，財政計劃$\overrightarrow{dY}$的社會價值」。

在(5-1b)，$s_i dY_i$(財政狀態與所得變量的乘積)即是第i個人所得增加dY_i時的社會評價。因此，$V[p, \overrightarrow{dY}]$就是財政計劃的所得變化之社會評價。在(5-1c)，$p_i du_i$是第i個人效用改變的加權值，因此，$V[p, \overrightarrow{dY}]$是所有的人效用改變的加權總和。根據矩陣乘法的結合律，這兩種解釋都是一樣的。因而我們得到下一定理：

定理二：原始所得分配樣式Y

1. 屬於白拉圖至善：若且唯若存在有一組絕對爲正的權力結構使所有的財政計劃價值都不大於零；
2. 非白拉圖至善：若且唯若對於任何正的權力結構，至少有一種社會價值大於零的財政計劃。

因此，如果一個原先的所得分配樣式不是屬於白拉圖至善，則不論權力結構爲何，總可以找出一個「有價值的」財政計劃。

在消費者偏好理論，大家都知道基數效用是多餘的——當消費者的效用函數歷經一個單調遞增變換(monotonic transformation)時，其市場行爲不受影響。

假設(2-1)式的每個效用函數都歷經一個任意的單調遞增變換：

(5-2) (a) $u_1^* = \Phi_1 [U^1(Y_1, Y_2)] \quad \Phi_1' > 0$

(b) $u_2^* = \Phi_2 [U^2(Y_1, Y_2)] \quad \Phi_2' > 0$

(c) $u^* = u_1^* + u_2^*$

(5-2c)式即社會總效用(即經過轉換後的效用的加總)。當下列條件滿足時，原

先所得分配Y使社會總效用達到最大

$$(5\text{-}3)\qquad dU^*=(\Phi_1',\Phi_2')\begin{bmatrix}u_{11} & u_{12}\\ u_{21} & u_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}dY_1\\ dY_2\end{bmatrix}\leq 0\ ;\ \overrightarrow{dY}=\begin{bmatrix}dY_1\\ dY_2\end{bmatrix}$$

$\overrightarrow{dY}$是滿足（4-1b）條件的所有平衡財政預算。

如果Y屬於白拉圖至善，我們可以找到滿足定理一條件的一組正的權力結構（p_1^0，p_2^0）；利用這個正權力結構，可以設立一組單調遞增變換如下：

$$(5\text{-}4)\qquad (a)\quad \Phi_1(u^1)=p_1^0U'\ ;\quad \Phi_1'=p_1^0>0$$

$$(b)\quad \Phi_2(u^2)=p_2^0U^2\ ;\quad \Phi_2'=p_2^0>0$$

（5-4）式的經濟意義只不過是重新定義兩個人的基數效用衡量單位。把（5-4）代入（5-3），得到

$$(5\text{-}5)\qquad du^*=(p_1^0,p_2^0)U_y\overrightarrow{dY}$$

$$=(s,s)\begin{bmatrix}dY_1\\ dY_2\end{bmatrix}=0\quad（根據定理一及（4\text{-}1b））$$

（5-5）式對任何平衡財政計劃都成立。因此，u^*達到相對極大值。於是得到下一定理：

定理三：原先所得分配屬於白拉圖至善，若且唯若存在有一組單調遞增變換，使變換後的社會總效用達到極大（亦即任何平衡財政計劃都無法增加此一社會總效用值）。

(6) 理論的推展

在現實世界，租稅收入主要用於支付公共消費的財貨勞務，諸如國防、教育、司法等等。每個人對這些公共支出都有不同的評價。假設社會一共有n個人，m種公共支出，則第i個人的效用函數可以寫成：

$$(6\text{-}1)\qquad u_i=U^i(Y_1,Y_2,\cdots\cdots Y_n;X_1,X_2\cdots\cdots X_m)$$

$$(i=1,2,\cdots\cdots n)$$

其中 Y_i 是第 i 個人的所得，X_j 是第 j 種公共支出。由此得到：

（6-2）　(a)　$du^i = \sum_{j=1}^{n} u_{ij}\ dY_j + \sum_{j=1}^{m} v_{ij} X_j$ 其中

(b)　$u_{ij} = \partial U^i / \partial Y_j$

(c)　$v_{ij} = \partial U^i / \partial X_j$

以及下列的矩陣

（6-3）　(a)　$A_y = [U ; V]$

$$
\text{(b)}\quad U = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & \cdots\cdots\cdots & u_{1n} \\ u_{21} & u_{22} & \cdots\cdots\cdots & u_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots\cdots\cdots & \cdots \\ u_{n1} & u_{n2} & \cdots\cdots\cdots & u_{nn} \end{bmatrix}
$$

$$
V = \begin{bmatrix} v_{11} & v_{12} & \cdots\cdots\cdots & v_{1m} \\ v_{21} & v_{22} & \cdots\cdots\cdots & v_{2m} \\ \cdots & \cdots & \cdots\cdots\cdots & \cdots \\ v_{n1} & v_{n2} & \cdots\cdots\cdots & v_{nm} \end{bmatrix}
$$

u_{ij} 的經濟意義與（2-2）式相同。v_{ij} 即是第 i 個人由於增加一元第 j 種公共支出所增加的效用。A矩陣的第 i 行代表第 i 個人對於他的同胞的經濟福祉所持態度（u_{ij}）以及他對各種公共支出所持態度（v_{ij}）。

$Y = (Y_1, Y_2 \cdots\cdots\cdots Y_n ; X_1, X_2 \cdots\cdots\cdots X_m)$ 現在解釋爲原先的所得分配（Y_i）和公共支出（X_i）的樣式。（6-3a）的A矩陣仍然是Y函數。現在我們把 $\overrightarrow{dY} = (dY_1, dY_2 \cdots\cdots dY_n ; dX_1, dX_2 \cdots\cdots\cdots dX_m)$ 看成財政政策的變量，包括個人的租稅（$dY_i < 0$），救濟金（$dY_i > 0$）以及第 i 種公共計劃增加的支出。如果政策變量滿足某些預算條件，則

（6-4）　(a)　$dY_1 + dY_2 + \cdots\cdots\cdots + dY_n + dX_1 + dX_2 + \cdots\cdots\cdots + dX_m = 0$

(b)　$dX_i \geqq 0$

(6-4b)是說所有的公共支出不得少於原始值。這是因爲我們可以假想一開始所有的$X_i = 0$($i = 1, 2 \cdots\cdots m$)而Y_i代表由市場力量所決定的所得分配樣式。條件(6-4b)卽是所有的公共支出必須不爲負值。我們把滿足(6-4ab)的$\overrightarrow{dY}$稱爲一種財政計劃〔註九〕。假設原先所得爲Y,如果沒有任何的財政計劃能「不損害」任何人而又能至少使一個人的效用提高,則此原始所得分配樣式屬於白拉圖至善。

令非負向量$p = \mathrm{col}(p_1, p_2 \cdots\cdots p_n)$爲權力結構,其所決定之納稅身份結構如下:

$$(6\text{-}5) \qquad s = (s_1, s_2 \cdots\cdots s_n\ ;\ \pi_1, \pi_2 \cdots\cdots \pi_n)$$
$$= p'A = (p'U,\ p'V)$$

其中s_i爲第i人之納稅身份係數,而π_j爲第j種公共計劃之社會價值。如果π_j大於零,第j種公共支出增加一元會使加權的社會總合效用提高。

一種計劃的公共支出代表一種不同的資源使用方式。就公衆的意見來看,此種計劃有無價值完全決定於π_j與s_i的大小。就下列形式的納稅身份結構而言。

$$(6\text{-}6) \qquad s^e = (\lambda, \lambda, \cdots\cdots \lambda\ ;\ \delta_1, \delta_2, \cdots\cdots \delta_m)$$
$$\delta_i \leqq \lambda$$

每個人的納稅身份都等於λ,而所有的公共計劃之社會價值小於λ,也就是所有的公共計劃都沒有價值。我們把s^e稱爲均衡的納稅身份結構,以表示不應進行任何所得移轉及公共計劃。因此,我們可以陳述下一定理:

定理四:原先的所得分配樣式屬於白拉圖至善,若且唯若存有一絕對爲正值的權力結構($p>0$)使納稅身份係數結構處於均衡狀態。

已知一組權力計劃數對〔$p, \overrightarrow{dY}$〕,我們可以定義此計劃的社會價值爲:

$$(6\text{-}7) \qquad V〔p, \overrightarrow{dY}〕 = p'A\,\overrightarrow{dY}'$$

其經濟意義與(5-1)相同。定理三直接適用於此種一般化的情形。定理三與定理四的證明編於附錄。

附　錄

在本附錄，我們要利用一些凸錐集的基本定理來證明正文的定理三和定理四。假設C為R^n空間（n維度的實數空間）的凸錐集。從凸錐集C出發我們可以定義兩個有關的集合。其一是C的對偶錐集（Polar cone）C^*，為與C集合所有點向量成銳角的R^n空間點向量集合（即是$x \in C^*$若且唯若$\forall y \in C$，$x \cdot y \geq 0$）。另一為C的負錐集（Negative cone）$-C$，為C的負元素的集合（即$y \in -C$ 若且唯若 $-y \in C$）。假設C, C_1, C_2為凸錐集，則〔註十〕

A1 (a)　$(C_1 \cap C_2)^* = C_1^* + C_2^*$

(b)　$(C^*)^* = C$

(c)　$(-C)^* = -C^*$

R^{n+m} 空間內之預算平衡錐集定義為：

$$\text{A2} \qquad B = \left\{ (y, x) \;\middle|\; \begin{array}{l} y = (y_1, y_2, \cdots\cdots y_n), x = (x_1, x_2 \cdots\cdots\cdots x_m) \\ y_1 + y_2 + \cdots + y_n + x_1 + x_2 + \cdots + x_m = 0 \quad x_i \geq 0 \end{array} \right\}$$

B顯然是一個凸錐集。B的任意元素（y，x）都是一組財政計劃，其中y_i（$i = 1, 2, \cdots n$）的正負號沒有限制，而x_i（$i = 1, 2, \cdots m$）必須為非負值。因此正值（負值）的y_i代表對第i個人的救濟（課稅），而x_i代表第i種公共計劃的政府支出，一組財政計劃必須滿足預算平衡的條件。

把效用矩陣〔U⋮V〕寫成行向量的結構如下：

$$\text{A3} \qquad A = [U \vdots V] = \begin{bmatrix} u_1 & \vdots & v_1 \\ u_2 & \vdots & v_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ u_n & \vdots & v_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix}$$

假設w_i^0（$i=1,2\cdots\cdots m$）代表由行向量w_i所決定之射線（即$w_i^0=\{kw_i, k\geq 0\}$。如果$(x,y)\in(w_i^0)^*$，則(x,y)向量稱爲對第 i 人無損害。因此，對每個人都無損害的預算集合定義爲：

A4 $M=N\cap B$ 其中$N=(w_1^0)^*\cap(w_2^0)^*\cap\cdots\cap(w_n^0)^*$

在M集合中，使每個人的效用都沒有改變的子集合（即是對每個人都沒有差別的預算）如下：

A5 $M_0=(N_0\cap B)\subseteq M$ 其中$N_0=N\cap(-N)\subseteq N$

因此，A矩陣的白拉圖至善條件的定義即是$M=M_0$（沒有一個無損害的財政計劃能使任何人效用絕對增加）。

設$p=\mathrm{col}(p_1p_2\cdots p_n)$爲權力結構。納稅身份係數錐集定義爲：

A6 $S=\{s\mid s=(s_1,s_2\cdots s_{n+m})=p_1w_1^0+p_2w_2+\cdots\cdots+p_nw_n^0=$

$=p'A,\ p_i\geqq 0\}$

這就是由A的行向量所架構成的凸多邊形錐集。S集合的任意元素爲$s=(s_1, s_2\cdots s_{n+m})$，$s_i$（$i\leq n$）代表第 i 個人的納稅身份係數，其他的$s_j$則代表公共計劃的社會價值。當每一個人都有相同的納稅身份係數λ，而所有的公共計劃的社會價值都不大於λ時，s成爲一種特殊的形態，屬於下式集合：

A7 $\Gamma=\{\gamma\mid\gamma=(\lambda,\lambda\cdots\cdots\lambda;\ q_1,q_2\cdots q_m)\ q_i\leq\lambda\}\subseteq S$

如果有一組絕對爲正值的權力結構使社會納稅身份係數結構成爲Γ集合之元素，則

A8 $\mathrm{int}(S)\cap\Gamma\neq\Phi$

其中$\mathrm{int}(S)$代表所有w_i的正值線型組合。正文的基本定理（定理四）可以陳述如下：

定理A一 $M_0=M$若且唯若$\mathrm{int}(S)\cap\Gamma\neq 0$

引理一提示一種白拉圖至善條件的定義方法

引理一：$M_0=M$ 若且唯若 $N^*+B^*=N^*+(-N^*)+B^*$

〔證〕 $M_0^* = (N \cap (-N) \cap B)^* = N^* + (-N^*) + B^*$

$M^* = (N \cap B)^* = N^* + B^*$ Q. E. D.

下一個引理對定理A一的證明亦有幫助

引理二： $B^* = -\Gamma$, $N^* = S$

〔證〕 $N^* = (w_1^{0*} \cap w_2^{0*} \cap \cdots\cdots \cap w_n^{0*})$

$= w_1^{0**} + w_2^{0**} + \cdots\cdots + w_n^{0**}$

$= w_1^0 + w_2^0 + \cdots\cdots + w_n^0$

$= S$

欲證 $B^* = -\Gamma$，亦即 $-B^* = \Gamma$。設 $(\theta_1 \cdots\cdots \theta_n ; \delta_1 ; \cdots \delta_m) \in \Gamma$

再設 $(y, x) \in B$ $x = 0$，$\sum_{i=1}^{n} y_i = 0$。根據 B^* 的定義，必然 $y_1\theta_1 + y_2\theta_2 + \cdots y_n\theta_n \geq 0$。

要滿足這個條件，唯有 $(\theta_1, \theta_2 \cdots \theta_n) = (\lambda, \lambda \cdots \lambda)$ （$(\lambda, \lambda \cdots \lambda)$ 爲預算平衡錐集在 n 度空間投影成（n－1）維度超平面的法線）。其次，設 $y_i = -1$，$x_i = 1$（其他的 x_j, y_j 均爲零），則 B^* 的定義條件爲 $-\lambda + \delta_i \geq 0$，卽 $\delta_i \geq \lambda$。因此，$B^* \subseteq -\Gamma$。$-\Gamma \subseteq B^*$ 的證明很簡單，在此省略。Q.E.D.

把引理二的 B^* 與 N^* 代入引理一，並注意引理一的右邊可以寫成 $-N^* \subseteq N^* + B^*$，則下一引理如果成立，定理A一自然得證。

引理三 $(-S) \subseteq S + (-\Gamma)$ 若且唯若 $\mathrm{int}(S) \cap \Gamma \neq \Phi$

〔證〕如果右手邊成立，我們可以找到一組絕對爲正的權力結構

$p = (p_1, p_2 \cdots p_m) > 0$

以及 $(\lambda, \lambda \cdots \lambda ; \delta_1, \delta_2 \cdots \delta_m) \in \Gamma$ 滿足

$p_1 w_1 + p_2 w_2 + \cdots + p_n w_m = (\lambda, \lambda \cdots \lambda ; \delta_1, \delta_2 \cdots \delta_m)$

因此，

$-w_1 = (p_2/p_1) w_2 + \cdots + (p_n/p_1) w_n + \pi$ 其中

$\pi=-(\lambda,\lambda\cdots\lambda;\delta_1,\delta_2\cdots\delta_m)/p_1\in-\Gamma$，亦卽 $-w_1\in S+(-\Gamma)$

同理可證 $-w_j\in S+(-\Gamma)$。所以 $(-S)\subseteq S+(-\Gamma)$

反之。假設左手邊成立，則可以找到

$p^i=(p_1^i,p_2^i\cdots p_n^i)$ 以及 $(\lambda^i,\cdots\lambda^i;\delta_1^i\cdots\delta_m^i)\in-\Gamma$,

$i=1,2\cdots n$

滿足

$-w_i=p_1^i w_1+p_2^i w_2+\cdots+p_n^i w_n+(\lambda^i\cdots\lambda^i;\delta_1^i\cdots\delta_m^i)$

亦卽

$-(\lambda^i\cdots\lambda^i;\delta_1^i\cdots\delta_m^i)$

$=p_1^i w_1+p_2^i w_2+\cdots+(1+p_i^i)w_i+\cdots+p_n^i w_n$

把這 n 個等式（$i=1,2,\cdots,n$）加起來得到

$$-\left(\sum_{i=1}^{n}\lambda^i,\cdots\sum_{i=1}^{n}\lambda^i;\sum_{i=1}^{n}\delta_1^i,\cdots\sum_{i=1}^{n}\delta_n^i\right)$$

$$=\left(1+\sum_{i=1}^{n}p_1^i\right)w_1+\left(1+\sum_{i=1}^{n}p_2^i\right)w_2+\cdots+$$

$$\left(1+\sum_{i=1}^{n}p_n^i\right)w_n\in \mathrm{int}(S)$$

亦卽 $\mathrm{int}(S)\cap\Gamma\neq\Phi$　　　　Q.E.D.

其次是證明正文定理三。對於一組權力，計劃數對〔p;（y,x）〕，計劃的社會價值定義爲：

A10　$V[p;(y,x)]=p'A(y,x)'=p'Uy'+p'Vx'$

因此，定理三推展爲：

定理A二：A屬於白拉圖至善，若且唯若，存在有一組絕對爲正的權力結構，使所有的財政平衡計劃的社會價值都不大於零，即

$\exists\, p>0\ \{\forall(y,x)\in B\ \ V[p;(y,x)]\leq 0\}$

〔證〕　$\exists\, p>0\ \{\forall(y,x)\in B\ \ V[p;(y,x)]\leq 0\}$

$$\Leftrightarrow \exists p>0 \quad \{\forall (y,x)\in B \quad p'A(y,x)' \leqq 0\}$$

$$\Leftrightarrow \exists s\in \mathrm{int}(S) \quad \{\forall (y,x)\in B \quad s\cdot(y,x)' \leqq 0\}$$

$$\Leftrightarrow \exists s\in \mathrm{int}(S) \quad \{ s(\in(-B^*)\}$$

$$\Leftrightarrow \mathrm{int}(S)\cap \Gamma \neq \Phi \qquad \text{Q.E.D.}$$

本文註釋

〔註一〕個體經濟學，包括個別廠商理論，消費者行爲理論與一般均衡。

〔註二〕如P. A. Samuelson, "The Theory of Public Expenditure", *R. E. and S.* Nov. 1954; R. A. Musgrave, *The Theory of Public Finance,* 1959; L. C. Thurow "The Income Distribution as Pure Public Good", *Q. J. E.* May, 1971, etc.

〔註三〕見Atkinson "On the Measurement of Inequality", *Journal of Economic Theory,* Sept. 1970.

〔註四〕相對於一個既定的權力結構，如果 $p_i>0$，則稱第 i 個人爲有權力的（若 $p_i=0$，則第 i 個人爲無權力的）。獨裁者顯然是社會上唯一的有權力的人。

〔註五〕在 n 維度的情形，法線定義爲

$$(\triangle Y_1, \triangle Y_2, \cdots\cdots\cdots \triangle Y_n) = \left(\frac{\partial U^1}{\partial Y_1}, \frac{\partial U^1}{\partial Y_2}, \cdots\cdots \frac{\partial U^1}{\partial Y_n}\right)$$

〔註六〕嚴格地說，自利主義者的等效用曲線是垂直線，也就是法線恒爲水平，如圖 4 b 所示。

〔註七〕見 Lester C. Thurow "The Income Distribution as a Pure Public Good" *Q. J. E.* May 1971.

〔註八〕我們以縱軸代表第二個人的所得變量，如果第二個人爲 Ω_2 類型，v_2 成爲第四象限的一點。

〔註九〕如果我們放棄（7 - 4 b），則得到財政計劃的另一種定義式。從數學觀點來看，放棄（7 - 4 b）所得到的定義式只是一種較簡化的特例。

〔註十〕見Kelvin Lancaster, *Mathematical Economics,* R4, Macmillan, New York.

參考文獻

1. A. B. Atkinson, "On the Measurement of Inequality," *J. E. T.* Sept. 1970.
2. G. S. Becker, "Altruism, Egoism, and Genetic Fitness: Economics and Sociobiology," *J. E. L.* June, 1976.
3. W. Breit & W. P. Culbertson, Jr., "Distributional Equality and Aggregate Utility: Comment" *A. E. R.* June, 1970.

4. G. Brennan, "Pareto Desirable Redistribution: The Non-Altruistic Dimension," *Public Choice,* Spring, 1973, 43-67.
5. R. C. Fair, "The Optimal Distribution of Income," *Q. J. E.* Nov., 1971.
6. F. M. Fisher, "Income Distribution, Value Judgements, and Welfare," *Q. J. E.* Aug., 1956.
7. ______& J. Rothenberg, "How Income Ought to be Distributed: Paradox Lost," *J. P. E.* April, 1961.
8. ______& ________, "How Income Ought to be Distributed: Paradox Enow," *J. P. E.* Feb., 1962.
9. H. M. Hochman & J. D. Rodgers, "Pareto Optimal Redistribution," *A. E. R.* Sept., 1969.
10. K. Lancaster, *Mathematical Economics,* Macmillan, New York, 1968.
11. R. A. Musgrave, *The Theory of Public Finance,* New York: McGraw-Hill, 1959.
12. P. A. Samuelson, "The Theory of Public Expenditure," *R. E. & S.* Nov. 1954.
13. L. D. Schall, "Interdependent Utilities and Pareto Optimality," *Q. J. E.* Feb., 1972.
14. R. H. Scott, "Avarice, Altruism, and Second Party Preferences," *Q. J. E.* Feb., 1972.
15. A. K. Sen, *Collective Choice and Social Welfare,* Holden-Day, Inc. San Francisco, 1970.
16. R. H. Strotz, "How Income Ought to be Distributed: A Paradox in Distributive Ethics," *J. P. E.* June, 1958.
17. ______, "How Income Ought to be Distributed: Paradox Regained," *J. P. E.* April, 1961.
18. L. C. Thurow, "The Income Distribution as a Pure Public Good," *Q. J. E.* May, 1971.

本文曾獲國家科學委員會補助，謹此致謝。