中央研究院
三民主義研究所

專題選刊

(四十一)

都市公共設施之最適區位

施俊吉　麥朝成

中華民國
臺灣　臺北　南港
中華民國七十年二月

都市公共設施之最適區位*

施俊吉　麥朝成

一、導　論

都市化（Urbanization）爲現代經濟發展與工業化的自然產物。在都市化的過程中，都市居民對公共設施的要求日益殷切，而政府在公共設施的設置上所扮演的角色也日趨重要。因此，如何選擇公共設施的最適區位乃成爲居民與政府所關心的一個重要的民生問題。然而，歷來有關區位理論（Location Theory）的探討，大多局限於農業或工業部門，甚少涉及生產公共財貨的公共設施之位置理論。其原因在於，公共設施通常不對使用者直接收費，且使用者之間並無彼此競爭之現象。此一特徵，遂使使用者之偏好（Preference）及其需求價格等市場訊息付諸闕如。因而無法建立一個一般化的標的函數，作爲選擇公共設施之區位時的評判標準〔註一〕。

有鑑於此，本文擬從都市經濟學的觀點，分別以地租極大化、都市人口極大化與租稅負擔極小化等三個標準，來探討都市公共設施之最適區位。全文結構，以第二節介紹"開放性都市體系"（Open City System）的特質，同時建立都市居民之住宅區位選擇理論。在第三、四、五節，則分別就地租、人口與租稅諸觀點，來探討公共設施之位置問題。第六節是全文之總結。

*本文承蒙與森田教授及唐富藏教授批評指正，特此致謝。

二、開放性都市體系

假設都市之土地是以CBD（Central Business District）為中點，向兩方無限延伸的直線型分佈。線上各區位皆適宜人們居住。並假定定居在這個都市的居民都具有相同的嗜好與所得水準；且經濟社會的種種交易活動，舉如：就業、貿易、金融等，均集中在 CBD 一處進行，而都市居民即依其偏好型態，將所得用於商品與住宅之消費，並以其中的部份作為往返於住宅與 CBD 之間的通勤費用，此一費用乃隨伴距離之擴大而增加。

設若居民所消費的商品，是一種全國性產品，售價不因本地需求量的多寡而有所變化。而都市之土地，由於在任意區段上皆為固定，土地所有者對之擁有絕對獨佔力量，是以地主會將該區的土地租給標價（Bid Price）最高的市民〔註二〕。因此，願意定居在這個都市的居民，對於住宅之區位，皆面臨如下的選擇：維持效用水準不變，選擇較接近 CBD 的區位，將撙節下來的通勤費用，墊高該區位之標價，並在高昂的地租上，租賃較小的住宅；或是，選擇遠離 CBD 的區位，支付較高的通勤費用，使得標價能力降低，並在地租低廉的土地上，租賃較大的居住空間。是知，地租標價為距離之函數，並隨住宅區位之遠離而降低〔註三〕。此一關係如圖一所示：

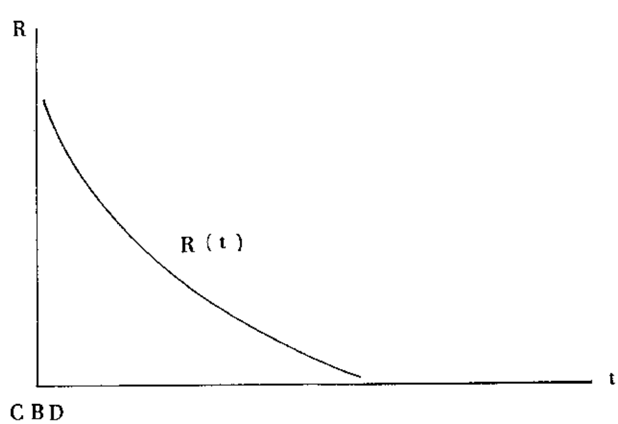

圖 一

圖形上，橫軸與縱軸分別表示距離 t 與標價 R，R(t) 則爲地租之“ 標價曲線 ”(Bid Price Curve，以下簡稱 BPC)，線上各點均代表相同的效用水準。當其他情況不變，效用水準愈高，則 BPC 之位置愈低〔註四〕。

設若居民可以自由遷徙，且遷徙之成本爲零，則經由都市之內(Intraurban)與都市之間(Interurban)人群自由移動的結果，會使個人的標價曲線變爲都市的均衡地租曲線。此一調整過程如下：由於人群可以在都市間自由遷移，所以土地租金較便宜的都市會吸引居民遷入；新加入的人口會使土地需求增加，致使地租向上調整；而地租高昂的都市則因人口流失，地租下跌，最後各都市會在一條共同高度的標價曲線上達成人口分配的均衡，此時都市之間的人口不再移動。另者，都市內的居民，可按照他的標價曲線，選擇任意區段居住，但是全都市的人口必然散佈在從 CBD 到都市邊界的整個空間上，不會只集中於數點。此乃因爲：如果定居在某一區位的人口，超出該區所能容納的額度，則土地租金上揚，居民的效用水準下降，人口會遷出該區位，此一遷徙過程將一直持續到各區位之效用水準相同爲止，這時都市內的人口不再移動，居民散佈在各個區位之上。

經由以上的討論知，給予任意的所得與效用水準，並容許人口在“都市之內”與“都市之間”自由遷徙，則代表性個人的標價曲線亦爲都市的均衡地租曲線。而都市的總人口則爲本模型內生所需決定的變數。都市經濟學家稱此爲“Open City System”〔註五〕。在以下數節中，即欲利用此一模型來決定都市公共設施之最佳區位。

三、公共設施與地租

現假定某都市的地方政府，計劃提供一項公共設施，都市居民從這項設施所獲得的服務量，視住宅距公共設施之里程而定，愈接近公共設施的區位，所獲得的服務量愈大。例如：住在公園四週的居民較遠離公園的居民，享受更多的綠意和新鮮空氣。由此可知，除非將公園設在 CBD，否則標價曲線不會再是一條向下傾斜的

圓滑曲線。其可能呈現如圖二 BPC 所示的形狀。

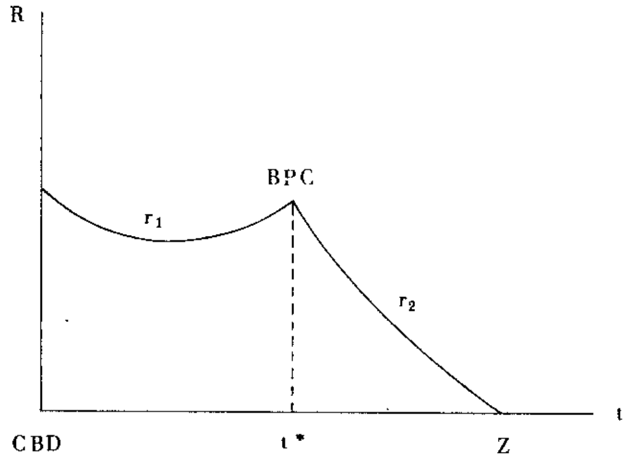

圖 二

圖二橫軸上的 t * 點，是隨意選取的一個區位，假定公共設施設置在此，則 t * 附近的土地標價將較其他區段突出。此即因，靠近公共設施的住宅享受較大的服務量。若欲滿足全市效用水準一致的條件，則此一區段的地租必須顯著地向上隆起，以抵消區位之優異性所帶來的額外滿足。同時，BPC 在 t * 點爲不連續，因爲此一區位已由公共設施所佔據，不再是住宅用地。由圖二 BPC 之形狀得知，在 t * 點左側與右側之標價曲線（ r_1 與 r_2 ）差異很大，現利用數理推演來探討二者的特性，並憑藉這些特性來選擇適當的區位。

若設都市居民定居在 t * 點左側（稱爲第一區，或市區）者，其效用函數爲：

(1) $V = U^1 (x_1 , h_1 , t^* - t)$

式中 V 是固定的效用水準，x_1 與 h_1 分別表示市區居民對混和商品與住宅（以土地之租賃量爲其代理變數）〔註六〕 的消費量；並以（ $t^* - t$ ）＞ 0 作爲公共設施服務量的代理變數，且（ $t^* - t$ ）愈大，服務量愈少。故知，邊際效用 $U^1_{t^*-t}$ 小於零。

同理，定居在 t * 點右側（稱爲第二區，或郊區）的居民，其效用函數爲：

(2) $V = U^2 (x_2 , h_2 , t - t^*)$

式中（ $t-t^*$ ）>0，是郊區居民的住宅距公共設施之里程，其邊際效用亦爲負值。至於兩區居民的預算限制式，則爲：

(3)　$y(1-\tau)=x_i+r_i h_i+kt \qquad (i=1,2)$

式中 y 表固定的所得水準，已設其爲全市一致。τ 爲地方政府所課徵的所得稅稅率，k 表固定的單位通勤成本。並令混合商品之價格等於一，所以式中的 y，r_1 及 k 皆以混合商品的形式表達之〔註七〕。

現假定設置公共設施所須財源，係由地方政府以所得稅之稅入自行撥注，並假定這項地方性公共財之生產只須投入土地一項生產因素，且計劃中的該項設施所須耗用的土地面積爲固定常數，不隨區位之改變而有所更動。至於土地之取得，可以法令爲之，強迫地主轉移，並支付其 $R(t^*)$ 的租金。設若這項補償費用，是隨 t^* 的擴大而遞減，亦即 $\partial R(t^*)/\partial t=R'<0$，且令 $R''>0$， 則地方政府的預算限制式，可以寫成：

(4)　$\tau y(N_1+N_2)=R(t^*)$

式中 N_1 與 N_2 分別表示兩區的人口總數，等式即表示政府預算維持平衡。上式稍經整理，可得所得稅之稅率函數爲：

(5)　$$\tau=\frac{R(t^*)}{y(N_1+N_2)}$$

從這些制度與行爲關係的設定，便可進一步探討都市居民的理性選擇。

根據前節之說明得知，土地之使用權，由標價最高的買主取得，而標價原則，是須使預算獲得平衡〔註八〕，亦即：

(6)　$$r_i=\frac{y(1-\tau)-x_i-kt}{h_i} \qquad (i=1,2)$$

市區與郊區居民的行爲，便是在效用水準固定的限制下，極大化其對土地租金之標價〔註九〕，所以拉氏函數（ Lagrangian Function ）可以寫成：

$$(7)\quad L_1 = \frac{y(1-\tau)-x_1-kt}{h_1} - \lambda_1 [V-U^1(x_1, h_1, t^*-t)]$$

$$(8)\quad L_2 = \frac{y(1-\tau)-x_2-kt}{h_2} - \lambda_2 [V-U^2(x_2, h_2, t-t^*)]$$

由標價極大化之一階條件，可解得混合商品與住宅之"補償需要函數"為〔註十〕:

$$(9)\quad x_i = x_i(t, \tau, t^*)$$

$$(10)\quad h_i = h_i(t, \tau, t^*)$$

將 x_i 及 h_i 代回(6)式，得到標價函數〔註十一〕

$$(11)\quad r_i = r_i(t, \tau, t^*)$$

地租之標價為 t 、τ 與 t^* 之函數，這些參數變動對 r_i 的影響，利用"包絡定理"(Envelope Theorem)〔註十二〕即可解得。應用包絡定理可知:

$$(12)\quad \frac{\partial r_i}{\partial \alpha} = \frac{\partial L_i}{\partial \alpha}$$

式中 α 為任意參數。循此，便能求取兩區居民標價曲線的斜率，其分別是:

$$(13)\quad \frac{\partial r_1}{\partial t} = \frac{\partial L_1}{\partial t} = \frac{-k}{h_1} - \lambda_1 U^1_{t^*-t}$$

$$(14)\quad \frac{\partial r_2}{\partial t} = \frac{\partial L_2}{\partial t} = \frac{-k}{h_2} + \lambda_2 U^2_{t-t^*} < 0$$

在(13)式中，"拉氏乘數" λ_1 的經濟意義是:效用的邊際貨幣價值。並由一階條件(未列明在本文中)得知，其為一正值。

現若令

$$(15)\quad P(t, t^*) = \lambda_1 U^1_{t^*-t} < 0$$

則 $P(t, t^*)$ 之經濟意義為:住宅區位每遠離 t^* 一單位距離之邊際貨幣價值。

將此一關係式應用於(13)式，設若單位通勤成本 k 的數值十分龐大，則該式右方第一項，可能在任意的 t 與 t^* 之結構下均小於 $p(t, t^*)$，使得 r_1 (即 t^* 左方的

標價曲線）向下傾斜。或令 k 之數值甚微，使得 r_1 之斜率為正。但是這些條件，都勿須堅持，因 r_1 在 t 與 t* 之間，可為任意形狀，而不影響結論。

另者，由(14)式可決定 r_2 之斜率小於零。且因已設定兩區居民具有共同嗜好與所得水準，故知 $\lambda_1 = \lambda_2$ ，且

$U^1_{t^*-t} = U^2_{t-t^*}$ ，亦即

(16) $P(t, t^*) = \lambda_1 U^1_{t^*-t} = \lambda_2 U^2_{t-t^*} < 0$

從上式之關係知， P(t ， t*) 是一個以 t* 為中點，左右對稱的函數。

其次，為明白公共設施區位 t* 變動，對 r_1 與 r_2 的影響，可先將(5)式代回(7)，(8)兩式後，再利用包絡定理，得到：

(17) $$\frac{\partial r_1}{\partial t^*} = \frac{\partial L_1}{\partial t^*} = -\frac{R'}{h_1(N_1+N_2)} + \lambda_1 U^1_{t^*-t}$$

(18) $$\frac{\partial r_2}{\partial t^*} = \frac{\partial L_2}{\partial t^*} = -\frac{R'}{h_2(N_1+N_2)} - \lambda_2 U^2_{t-t^*} > 0$$

以上兩式說明了，公共設施每遠離 CBD 一單位距離時，r_1 與 r_2 的移動幅度。其中(17)式的符號不能確定，唯(18)式則大於零，這表示公共設施愈靠近市郊，郊區的地租標價 r_2 愈高。且由圖二知，r_2 上升的同時，其與橫軸（ t 軸 ）的截距，亦隨之向右方移動。如果定義“都市邊界”（ City Boundary ）Z 為地租標價等於零的區位，即：

(19) $r_2(Z, \tau, t^*) = 0$

則由(18)式之結果知， t* 向右方移動的同時，會使都市的地理規模擴大，亦即：

(20) $$\frac{\partial Z}{\partial t^*} > 0$$

由以上討論顯示，公共設施之區位與都市總地租有密切的關係，因為在其移動 r_1 與 r_2 時，亦會令 Z 發生變化，是以，可由極大化總地租的觀點，以選擇最適當的公共設施區位。這種選擇就地方政府而言，頗為合宜，因為土地是本模型中唯一

的資產存量（Stock），地方政府極大化地租，也就等於極大化都市之總貨幣價值。若就私人企業觀點而言，設某獨佔者控制全區土地，則其亦必以極大化地租爲考慮〔註十三〕。因此，可先將都市之總地租 π 定義爲：兩區之地租總合：

(21) $\pi = \int_0^{t^*} r_1(t, \tau, t^*)\,dt + \int_{t^*}^{Z} r_2(t, \tau, t^*)\,dt$

地方政府或獨佔者的行爲是：選擇 t^* 使得 π 爲最大。π 極大化的一階條件，是使(21)式對 t^* 之微分等於零，亦即〔註十四〕：

(22) $\dfrac{d\pi}{dt^*} = \int_0^{t^*} P(t, t^*)\,dt - \int_{t^*}^{Z} P(t, t^*)\,dt = 0$

利用(16)式的說明，因 $P(t, t^*)$ 是一以 t^* 爲中點，左右對稱的函數，故欲維持一階條件成立，t^* 必須等於 $Z/2$。即公共設施之區位，應落在從 CBD 至都市邊界的中點上。如此，全市之總地租爲最大〔註十五〕。

四、公共設施與都市人口

既然公共設施的區位，會影響標價曲線與地理規模，所以，在開放性都市體系下，人口亦會隨 t^* 而變動。循此，設若地方政府希望該公共設施能造福最多人口，則其自然選擇一個會令人口總數爲最大的區位。因此，本節擬從都市總人口極大化這一觀點，來探究公共設施之區位。

承前節，以 N_1 表定居於 t^* 左側至 CBD（市區）的人口總數，以 N_2 表居住在 t^* 右側至都市邊界（郊區）的人口〔註十六〕。則：

(23) $N_1 = \int_0^{t^*} \dfrac{1}{h_1(t, \tau, t^*)}\,dt$

(24) $N_2 = \int_{t^*}^{Z} \dfrac{1}{h_2(t, \tau, t^*)}\,dt$

式中，$1/h_i$ 爲人口密度函數。極大化都市人口的一階條件爲，(N_1+N_2) 對 t^* 之微分等於零，亦即〔註十七〕：

(25) $$\frac{d(N_1+N_2)}{dt^*} = \int_0^{t^*} \frac{\partial}{\partial t^*}\left(\frac{1}{h_1(t, \tau, t^*)}\right) dt + \int_{t^*}^{Z} \frac{\partial}{\partial t^*}\left(\frac{1}{h_2(t, \tau, t^*)}\right) dt = 0$$

其中，t^* 對人口密度的影響，是經由地租，變動住宅需求，而後達成的，亦即：

(26) $$\frac{\partial}{\partial t^*}\left(\frac{1}{h_i}\right) = -\left(\frac{1}{h_i^2}\right)\cdot\frac{\partial h_i}{\partial r_i}\cdot\frac{\partial r_i}{\partial t^*} = -\left(\frac{\delta_i}{h_i\, r_i}\right)\cdot\frac{\partial r_i}{\partial t^*} \quad (i=1, 2)$$

式中，δ_i 爲 i 區住民對住宅的需求彈性，$h_i r_i$ 則爲用於住宅之總支出。因已假定兩區居民有共同嗜好與所得水準，故知 $\delta_1 = \delta_2$，若進一步簡化，令 $\delta_1 = -1$，則 $h_1 r_1 = h_2 r_2 = 1/q$，q 是某一固定常數。利用這些結果於(25)式，整理後，可得〔註十八〕：

(27) $$\frac{d(N_1+N_2)}{dt^*} = q\cdot\left(\int_0^{t^*} \frac{\partial}{\delta t^*} r_1(t, \tau, t^*)\, dt + \int_0^{t^*} \frac{\partial}{\partial t^*} r_2(t, \tau, t^*)\, dt\right)$$
$$= q\cdot\left(\int_0^{t^*} P(t, t^*)\, dt - \int_{t^*}^{Z} P(t, t^*)\, dt\right) = 0$$

同理於(22)式，可從(27)式解出 $t^* = Z/2$，此時全市的人口總數爲最大。

t^* 與 (N_1+N_2) 的這種關係，可由圖三作一明顯揭示：

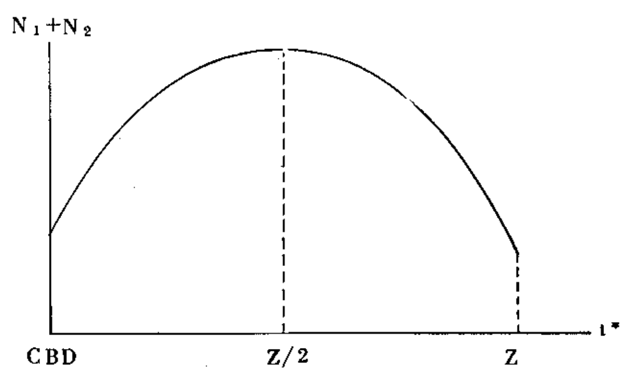

圖　三

圖形上，以橫軸代表公共設施距 CBD 之里程，以縱軸表兩區人口之總合，則（N_1+N_2）與 t^* 之間，呈現倒U字形的函數數關係。若地方政府希望其轄區，能盡其所能地容納最多人口，則可把公共設施安置在Z／2 的區位上〔註十九〕，此一區位與全市總地租爲最大之區位，實屬一致。

五、公共設施與租稅負擔

公共設施之區位變動，一方面會透過都市人口之增減，影響地方政府的租稅收入，同時也會改變公共設施之土地租金，使得公共支出發生變化。設若地方政府的預算始終維持平衡，則所得稅之稅率 τ，必隨 t^* 而變化。因此，選擇公共區位時，如果是以極小化居民的租稅負擔爲考慮〔註二十〕，則一階條件要求稅率函數((5))式對 t^* 之微分等於零。此時便可解得使 τ 爲極小的區位。

全微分(5)式，整理之後，得到：

$$(28)\quad \frac{d\tau}{dt^*} = \frac{1}{y(N_1+N_2)} \frac{R(t^*)}{t^*} [\sigma - \theta] = 0$$

式中，σ 與 θ，分別表示公共設施用地的"補償地租之距離彈性"與"人口的距離彈性"。其定義爲：

$$(29)\quad \sigma = \frac{t^*}{R(t^*)} \cdot R' < 0$$

$$(30)\quad \theta = \frac{t^*}{N_1+N_2} \frac{d(N_1+N_2)}{dt^*} \lesseqgtr 0$$

其中，$\sigma < 0$；至於 θ 之符號，由前節之討論知，當 $t^* \geq (Z/2)$ 時，$\theta \leq 0$，反之則大於零。

綜合這些關係，稅率極小化的充分條件爲 $|\sigma| = |\theta|$，且 $\theta < 0$。此時 $t^* = (Z/a)$，a 爲一固定常數，且 $1 \leq a < 2$〔註二一〕。亦即，能使租稅負擔爲最小的公共區位，應較使地租或人口爲最大的區位，更偏離中點，而趨近邊界〔註二二〕。

六丶結　論

經由以上各節之討論可知，因為標的函數不同，故絕對的最佳區位並不存在。具體而言，從極大化地租，極大化都市人口，或是極小化租稅負擔諸觀點，所決定的區位並不一致。也因此使得各方案的成效，長短互見，甚難取捨。

在實際的政策運作上，都市規劃的決策當局，或許可以針對公共設施之性質，就地租、人口與租稅諸因素作一選擇，來決定其區位。或是設計一套權衡租稅負擔成本與地租收益的程式，企求最適區位的達成，以便合理解決此一現代化都市的民生問題。

註　釋

〔註　一〕參見 Greenhut & Mai〔4〕之討論

〔註　二〕參見 Alonso〔2〕之討論。

〔註　三〕標價與距離之關係，Hochman & Ofek〔5〕有詳細之討論。並可參見 Mai〔7〕，Richardson〔12〕，或 Stull〔15〕。

〔註　四〕參見 Alonso〔2〕，Wheaton〔18〕之證明。

〔註　五〕與 Open System 相對的是 Closed System，在 Closed 的模型中，人口爲外生變數，效用水準則爲內生所決定。對於這兩種模型的其他討論，參見 Wheaton〔17〕。

〔註　六〕此乃遵循 Alonso〔2〕，Beckmann〔3〕，與 Muth〔10〕諸人的研究途徑。

〔註　七〕欲獲得公共設施之服務量，不一定要親臨該區位，所以通勤成本中不包含 t 至 t^* 的運費。因爲，經常利用公園，紀念館或體育場的人，不一定是那附近的住民，但是他們却遠較其他區段的居民享受更多的新鮮的空氣和文化氣息。是以，本模型剔除這部份的運費，視公共設施之服務量，爲一種地理環境上的"外部性經濟"(External Economics)(不過，若加入這部份之運費，也不會改變本文的結論。)當然，某些公共設施在本質上，也可能具有"外部性不經濟"，例如：垃圾處理場。這會改變本文之結論，因 $U^1_{t^*-t}$，$U^2_{t-t^*}$ 皆變爲正值，而使最佳區位變成最劣區位。

〔註　八〕參見麥朝成〔1〕，Alonso〔2〕，Wheaton〔17〕等。

〔註　九〕標價極大化等於極小化對住宅與商品之支出，Solow〔14〕與 Miyao〔9〕等人，即採行後者來分析 BPC。

〔註　十〕x_i，h_i 與 r_i 同時也是 y 與 V 之函數，但因不重要，故省略之。

〔註十一〕標價函數就是支出函數的反函數。參見 Miyao〔9〕。

〔註十二〕參見 Samuelson 〔13〕。

〔註十三〕獨佔者極大化地租是無庸置疑的，但地方政府是否極大化總地租，可參見 Stull 〔16〕，Helpman & Pines 〔6〕之討論。

〔註十四〕(22)式的求得，須利用以下關係式：

$$\frac{d}{d\alpha}\int_a^b f(X,\alpha)\,dX=\int_a^b\frac{\partial}{\partial\alpha}f(X,\alpha)\,dX+f(b,\alpha)\frac{db}{d\alpha}-f(a,\alpha)\frac{da}{d\alpha}$$

並配合 $r_1(t^*,\tau,t^*)=r_2(t^*,\tau,t^*)$，與下式（利用部份積分法）：

$$\int_0^{t^*}\frac{R'}{h_1(N_1+N_2)}\,dt+\int_{t^*}^{Z}\frac{R'}{h_2(N_1+N_2)}\,dt=0$$

整理之後，將(16)式代入，便可求得(22)式。

〔註十五〕二階條件也能滿足；因爲當 $t^*>(Z/2)$ 時，(22)式小於零，$t^*<(Z/2)$ 時(22)式大於零，亦即，在 $(Z/2)$ 的附近 $d^2\pi/dt^{*2}<0$。

〔註十六〕因爲假定都市是以 CBD 爲中點左右對稱，故只須考慮半邊的都市即可。

〔註十七〕利用（註十四）之關係式，並配合 $h_1(t^*,\tau,t^*)=h_2(t^*,\tau,t^*)$，與 $1/h_2(Z,\tau,t^*)=0$（因爲 $r_2(Z,\tau,t^*)=0$），即可求得(25)式。

〔註十八〕利用（註十四）並參考(21)式與(22)式即可得解。

〔註十九〕都市人口與公共財貨或外部性經濟的關係，可參見 Richardson〔12〕與 Mirrlees〔8〕。

〔註二十〕都市經濟學中，有關“土地分區使用”（Zoning）的討論，常以極小化租稅作爲考慮，稱作“Fiscal Zoning”，參見 Ohls，Weisberg & White 〔11〕。

〔註二一〕因爲“都市”的公共設施，必須設置在都市之內，亦即 $t^*\le Z$，所以 $a\ge 1$。

〔註二二〕τ 極小的二階條件爲 $d^2\tau/dt^{*2}>0$，利用 $R''>0$ 與 $d^2(N_1+N_2)/dt^{*2}<0$ 之關係，即能得證。

參考文獻

1. 麥朝成，「不同住宅區之間的最適人口分配」，經濟論文叢刊，第八輯，pp. 107－79，民國六十七年十一月。
2. Alonso, W., *Location and Land Use,* Harvard University Press, Cambridge, Mass (1964).
3. Beckmann, M. J., "On the Distribution of Urban Rent and Density," *Journal of Economic Theory,* 1, (1969), pp. 60-7.
4. Greenhut, M. L. and Mai, Chao-Cheng "Towards a General Theory of Public and Private Facility Location," *The Annals of Regional Science,* 14, (1980), pp. 1-11.
5. Hochman, O. and Ofek, H., "The Value of Time in Consumption and

Residential Location in an Urban Setting." *A.E.R.*, 67, (1977), pp. 996-1003.

6. Helpman, E. and Pines, D., "Land and Zoning in an Urban Economy: Further Results," *A.E.R.*, 67, (1977), pp. 982-6.
7. Mai, Chao-Cheng "A Firm's Bid Price Curve and the Neo-classical Theory of Production," *Southern Economic Journal* 46, (1980), pp. 892-7.
8. Mirrlees, J. A., "The Optimun Town," *Swedish Journal of Economics*, 74, (1972), pp. 114-35.
9. Miyao, T., "The Golden Rule of Urban Transportation Investment," *Journal of Urban Economics*, 4, (1977), pp. 448-58.
10. Muth, R. F., *Cities and Housing*, Chicago University press, Chicago, (1969).
11. Ohls, J. C., Weisberg, R. C. and White, M. J., "The Effects of Zoning and Land Value," *Journal of Urban Economics*, 1, (1974), pp. 428-44.
12. Richardson, H. W., *The New Urban Economics: And Alternative*, Pion Limited London, (1977).
13. Samuelson, P. A., *Foundations of Economic Analysis*, Harvard University Press, Cambridge, Mass., (1947).
14. Solow, R. M., "On Equilibrium Models of Urban Location," *in Essays in Modern Economics*, ed. J. M. Parkin, Longmans, London, (1973). pp. 2-16.
15. Stull, W. J., "A Note on Residential Bid Price Curves," *Journal of Regional Science*, 13, (1973), pp. 107-13.
16. Stull, W. J., "Land Use and Zoning in an Urban Economy," *A.E.R.*, 64, (1974), pp. 337-47.
17. Wheaton, W. C., "A Comparative Static Analysis of Urban Spatial Structure," *Journal of Economic Theory*, 9, (1974), pp. 223-37.
18. Wheaton, W. C., "Residential Decentralization, Land Rent, and the Benefits of Urban Transportation Investment." *A.E.R.*, 67, (1977), pp. 138-43.