中央研究院
三民主義研究所
專題選刊
(四十)

均富的所得分配指標

張福讓

中華民國
臺灣 臺北 南港
中華民國六十九年十一月

均富的所得分配指標*

張　福　讓

一、前　言

民生主義是我國經濟政策的最高指導原則，其終極目的乃在於全國「均富」，也就是要同時達到經濟成長的「富」與所得分配的「均」兩大目標。

為衡量所得分配的平均度，經濟學者們使用了好幾種指標，如顧志耐指標（Kuznets Index），大島指標（Oshima Index），泰爾指標（Theil Index），以及中研院三民主義研究所晚近研究重點之一的「吉尼集中係數」（Gini Concentration Coefficient 簡稱「吉尼係數」）。然而這些指標在先天上都祇衡量了現有所得分配與絕對平均分配的差距，「均」的概念是引進了，但未必是「均富」！要達到「均富」，不但得縮短貧富間的差距，而且要提高全國的最低所得。換言之，同一數量之收入，分配給高所得者與分配給低所得者，應該代表不同的平均度，一個能充分

---

*本文在寫作期間，曾與費景漢教授、陳昭南教授、曹添旺先生討論，獲益良多，尤其是曹君的大力協助與指出錯誤，居功甚偉。三民主義研究所濃厚的研究氣氛，亦功不可沒。在此一併致謝意。文中如有任何誤謬，純係作者之責，與上述諸君無關。

代表「均富」精神的指標，在結構上必是鼓勵增加低所得者的所得，避免財富集中在少數人。

再就純理論的觀點來說，假設有兩種不同的所得分配，其「吉尼係數」相等，但兩者能爲社會接受的程度不同，也就是代表兩種不同所得分配的 LORENZ 曲線相交時，吾人亦希望能區分他們，使所得分配的指標，與直覺相吻合。

本文的目的，即在於介紹一種新指標，來解答上述的問題，同時，把我國「均富」的觀念帶入經濟學中。

二、建立新指標

假設有 n 戶家庭，每戶所得分別爲 Y_i ，$i=1,2,\cdots\cdots,n$. 吾人可進一步假設所得 Y_i 是依其數量之大小而排列的，意即

$$0 \leq Y_1 \leq Y_2 \leq \cdots\cdots \leq Y_n 。$$

茲以向量 $Y=(Y_1, Y_2, \cdots\cdots, Y_n)$ 表示此一所得分配，並以 S_j 代表前 j 戶家庭之累積所得，以數學式表示即爲

$$S_j = \sum_{k=1}^{j} Y_k \;,\; j=1,2,\cdots\cdots,n\,.$$

令

$$(1') \qquad A(Y) = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{i}{n}\right)\left(\frac{i}{n}-\frac{S_i}{S_n}\right)^2 \;,$$

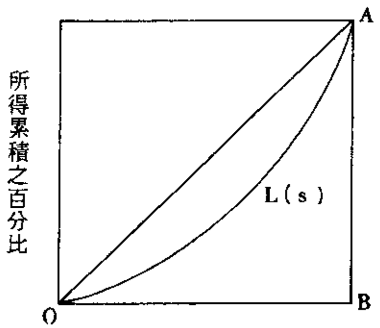
$$(2') \qquad B = \sum_{i=1}^{n-1}\left(\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{i-1}{n}\right)\left(\frac{i}{n}\right)^2 。$$

則吾人之新指標可定義如下：

$$(3') \qquad C(Y) = A(Y) / B 。$$

爲進一步了解此一新指標，吾人先簡介由所得分配經驗導出之 LORENZ 曲線。若將各戶所得依大小排列，然後由最低所得者算起，以橫軸表示戶數累積之百分比，縱軸表示其對應之所得累積之百分比，由此而描出之曲線，即爲 LORENZ 曲線(如圖一)，以 $L(i/n)$ 表示，式中 i/n 表示戶數累積之百分比。由定義可知，

$L(i/n)=S_i/S_n$, $i=1, 2, \cdots\cdots, n$, 並且 $L(0)=0$, $L(1)=1$。



圖一

對角線 OA 代表所得分配之絕對平均，亦即全國人民之所得完全相等，故有 $Y_1=Y_2=\cdots\cdots=Y_n$，或 $L(i/n)=i/n$。另一極端爲絕對不平均分配，亦即除了某一個人獨攬全國之財富外，其餘國民均無所得，這可由折線 OBA 表示或當 $i<n$ 時，$L(i/n)=0$。一般的情況則爲

$$0\leq L(i/n)\leq i/n \quad 。$$

吾人新定義之指標，乃是先衡量絕對平均分配 i/n 和實際分配 $L(i/n)$ 之差距的平方，再乘以不同之權數（Weights），累積而得。所乘之權數，低所得者乘以較重之權數，高所得者則較輕。換句話說，如果吾人視所得分配不平均爲一種罪惡，則依吾人之新指標，使低所得者（如：前面 10％的低所得者）偏離絕對平均分配的罪惡權數（依此例，則爲 0.9），遠大於使高所得者（例如：占全戶數的前 90％者）偏離絕對平均分配之罪惡權數（依此例則爲 0.1）。因此，若有所得重分配時，應以最低所得者爲第一優先，這正和多年來，政府鼓勵「消滅貧窮」的政策相符。事實上，蘊含於（3）式中的經濟理論基礎，乃是所得的邊際效用遞減律（Law of Diminishing Marginal Utility of Income），這可由吾人所賦予不同的權數看出。

同理，吾人可建立連續的指標（Continuous Index）來衡量分配的不平均度，則（1），（2），（3）可分別修正為

(1)′　$A(Y)=\int_0^1 (1-s)(s-L(s))^2\,ds$

(2)′　$B=\int_0^1 (1-s)s^2\,ds=1/12$

(3)′　$C(Y)=A(Y)/B=12A(Y)$

在一般的情況下，LORENZ曲線滿足 $0\leq L(i/n)\leq i/n$，因此，$0\leq A(Y)\leq B$，亦即 $0\leq C(Y)\leq 1$。在絕對平均分配的情況下，$L(i/n)=i/n$，故有 $A(Y)=0$，因此，$C(Y)=0$；在絕對不平均的分配下，當 $i<n$ 時，$L(i/n)=0$，亦即 $A(Y)=B$，故 $C(Y)=1$。換句話說，吾人之新指標，仍保有「傳統上」的優點——將指標數值限於0，1之間，以0代表絕對平均分配，而以1代表絕對不平均分配。

三、新指標的基本性質

在研究所得不平均度時，吾人常將某些合理的（亦即在直覺上令人同意的）特性，建立成為公設。一般常用的公設有

(1)不記名公設（Axiom of Anonymity）：若

$$Y=(Y_1,Y_2,\cdots,Y_n),\quad Y'=(Y_{i_1},Y_{i_2},\cdots,Y_{i_n})$$

且 $(i_1,i_2,\cdots,i_n)$ 為 $(1,2,\cdots,n)$ 之任意排列，則 $C(Y)=C(Y')$。

(2)尺度無關公設（Axiom of Scale Irrelevance）：

對任意 $K>0$，恒有 $C(Y)=C(KY)$，式中 $KY=(KY_1,KY_2,\cdots,KY_n)$。

(3)移轉公設（Axiom of Transfer）：

假設 $Y=(Y_1,Y_2,\cdots,Y_n)$ 為原有之所得分配，且滿足

$$Y_1\leq Y_2\leq\cdots\cdots\leq Y_n\ 。$$

則對任何 i,j，滿足 $1\leq i<j\leq n$，若存在有 $K>0$，且滿足

$$Y_1\leq\cdots\leq Y_{i-1}\leq Y_i+K\leq Y_{i+1}\leq\cdots\leq Y_{j-1}\leq Y_j-K\leq Y_{j+1}\leq\cdots\leq Y_n\ ,$$

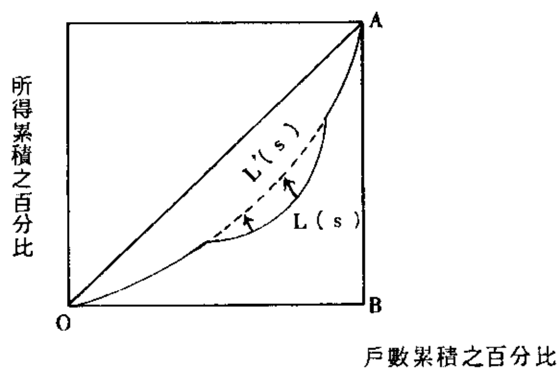
則新的所得分配

$Y' = (Y_1, \cdots, Y_{i-1}, Y_i + K, Y_{i+1}, \cdots, Y_{j-1}, Y_j - K, Y_{j+1}, \cdots,$

其所得分配的不平均度，較原有的分配爲小，亦即C（Y）≥C（Y′）。簡言之， 不變更所得高低順序的原則下，將富者之部分所得移轉給貧者，會使所得不平均度下降。

吾人將證明C（Y）也滿足這些公設。

既然吾人之新指標C（Y）是由LORENZ曲線導出，而LORENZ曲線是將所得依大小排列，並以百分比表示，所描出之曲線，實則爲所得配份(Income Share)，自然滿足了(1)，(2)兩公設。所得移轉而順序不變之幾何意義，乃是LORENZ曲線上的某一或某些部分，由原有的曲線L（s）向對角線OA的方向挪（如圖二所示）



圖二

，由此而得新的曲線L′（s），由圖二中的虛線表示，也就是說，對所有的s，祇要0≤s≤1，恒有L′（s）≥L（s）。以I表示所有使LORENZ曲線上挪的s的集合，其餘的s所構成的集合，則以I′表示之，亦即

$I = \{ s \in [0, 1] : L(s) < L'(s) \}$，

$I' = [0, 1] - I$。

基於LORENZ曲線是「連續的」（Continuous）的假設之下，I可視爲一個或多

個「區間」(Interval)的聯集。又因$0 \leq L(s) \leq s$，可推出

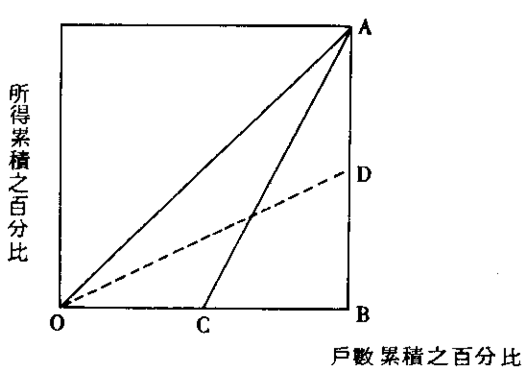
$$(1-s)(s-L(s))^2 \geq (1-s)(s-L'(s))^2 ,$$

祇要$s \in I$。故

$$\begin{aligned} C(Y) &= \int_0^1 (1-s)(s-L(s))^2\,ds \\ &= \int_{s\in I}(1-s)(s-L(s))^2\,ds + \int_{s\in I'}(1-s)(s-L(s))^2\,ds \\ &> \int_{s\in I}(1-s)(s-L'(s))^2\,ds + \int_{s\in I'}(1-s)(s-L'(s))^2\,ds \\ &= \int_0^1 (1-s)(s-L'(s))^2\,ds = C(Y') , \end{aligned}$$

因此，公設(3)也滿足了。

除了這些特性，和傳統上的優點($0 \leq C(Y) \leq 1$)之外，$C(Y)$尚能解答一些「吉尼係數」所不能解答的問題——當兩種不同的所得分配，其「吉尼係數」相等，而其經濟意義不同的情況，也就是兩條對應的LORENZ曲線相交時的情況，這可由下面那個有名的例子看出。假設第一種分配是全國總收入平均地掌握在一半人口之中，而另一半的人民則毫無所得，這可由圖三的折線OCA表示。第二種分配是某人獨攬全國的一半財富，另一半財富則平均地分配給全國人民，這可由折線ODA表示。同樣是不平均，而且其「吉尼係數」均為0.5，但其能為社會接受的



圖三

程度並不相同。在第一種分配之下，全國有百分之五十的人無所得，而另一階層的人却生活在富裕中；在第二種分配之下，除某一個人外，全國人民的所得皆相等，平分全國總所得的一半。兩相比較之下，顯然，第一種分配較不能爲人所接受，也就是說，吾人希望代表第一種分配的不平均度，要大於代表第二種分配的不平均度。如以 Y 表示第一種分配，以 Y′ 表示第二種分配，則依吾人之新指標，可推算出

$$C(Y)=12\ \{\int_0^{\frac{1}{2}}(1-s)s^2ds+\int_{\frac{1}{2}}^{1}(1-s)[s-(2s-1)]^2ds\}$$
$$=\frac{1}{2},$$
$$C(Y')=12\ \{\int_0^{1}(1-s)(s-\frac{1}{2}s)^2ds\}$$
$$=\frac{1}{4},$$

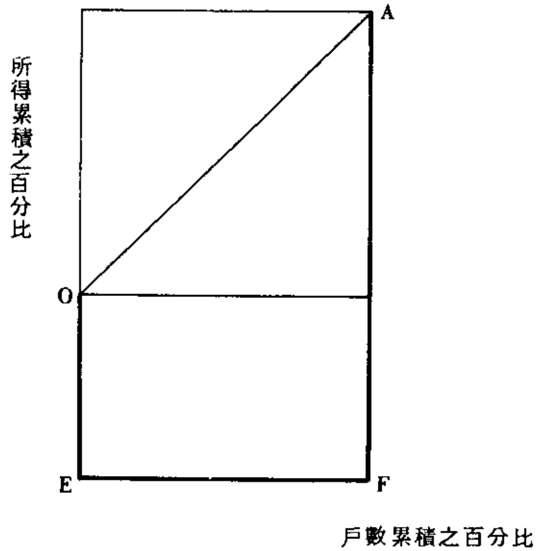
顯然，$C(Y)>C(Y')$。

四、有負所得時之新指標

如曹添旺-賴東昇-陳昭南（ 1979 ）指出，「農業淨收入」或「財產所得」常有負值出現，而使「吉尼係數」大於一，該文作者們根據「吉尼係數」的面積觀念，而作出「廣義的吉尼係數」，本節中，吾人將介紹另一種新技巧，來處理有負所得時之問題。

在修正時，爲保有指標數值介於 0 ， 1 之間，以及指標數值愈大表示愈不平均等等「傳統上」的好性質，吾人第一個要問的，也是最根本的問題，是「在有負所得的情況下，什麼樣的分配才是絕對不平均分配？」然後，以這種分配作爲衡量指標的上限，「傳統的」好性質自然就保存下來了。

那麼，什麼是絕對不平均分配呢？在有負所得的情況下，若有某人承負全國的債，另有一人則擁有全部的財富（其中包括上述某人的債），其餘的老百姓則一無所有，這就是絕對不平均分配。根據移轉公設，由兩個人或兩人以上來分担全國的債，是要比一個人負担，來得平均，以十人爲例，$Y=(-9,0,0,\cdots\cdots 0,18)$ 是要比 $Y'=(-4,-3,-2,0,0,\cdots\cdots,0,18)$ 來得不平均。絕對不平均分配，可以



圖四

圖四中的折線OEFA表示。

數學公式可修正如后：如上節所用之符號，以 S_j 表示累積所得，即 $S_j=\sum_{i=1}^{j} Y$，並且假設全國總收入 $S_n>0$。令

(4) $M=-\min\{0, S_1, S_2, \cdots\cdots, S_n\}$。

由定義可知 $M>0$（代表全國所負之債），則

(2)* $B^*=\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{i}{n}\right)\left(\frac{i}{n}+\frac{M}{S_n}\right)^2$

而修正後之新指標爲

(3)* $C^*(Y)=A(Y)/B^*$。

由上述定義可知，若所得無負時，$M=0$，則(2)* 與(2)，(3)* 與(3)完全相同。

如吾人採用連續的指標，則以

(4′) $m=-\inf\{L(x): x\in[0, 1]\}$

來取代(2)* 中的 M/S_n 而求得 B^* 亦即 $B^*=\int_0^1(1-s)(s+m)^2ds$，其餘式子則都

保留不變。

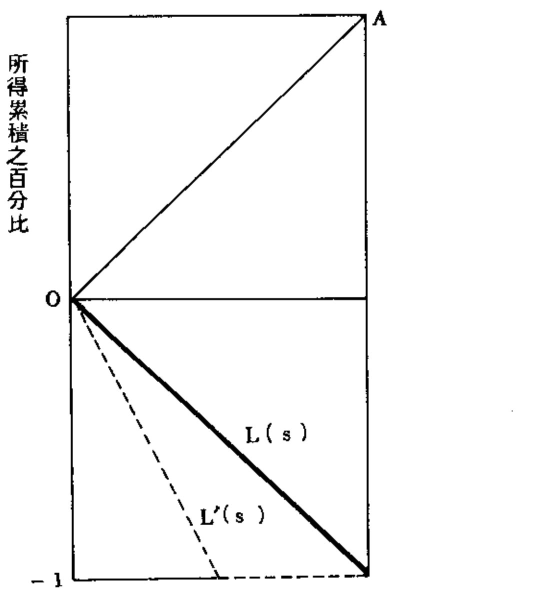
為了比較吾人修正後之新指標C^*（Y）與「廣義的吉尼係數」G^*（Y），特虛構下列兩個例子。第一種所得分配為

$$Y=(\underbrace{-1,-1,\cdots\cdots,-1}_{(2n-1)\text{項}},4n-2),$$

也就是有（2n）戶，前面（2n－1）戶均各負一元的債，而最高所得者獨占（4n－2）元，當n甚大時，代表Y之LORENZ曲線，可由圖五中的L（s）表示。第二種分配為

$$Y'=(\underbrace{-2,-2,\cdots\cdots,-2}_{n\text{項}},\underbrace{0,0,\cdots\cdots,0}_{(n-1)\text{項}},4n),$$

也就是有（2n）戶，前面n戶各負2元的債，底下（n－1）戶毫無所得，而最高所得者則獨占（4n）元，當n甚大時，代表Y'之LORENZ曲線，可由圖五中之L'(s）表示。



圖五

利用「廣義的吉尼係數」的幾何公式，衡量LORENZ曲線與對角線OA所圍之面積，吾人可很快算出

$$G^{*}(Y)=G^{*}(Y')=1\text{。}$$

換句話說，Y和Y'的不平均度等於絕對不平均分配的不平均度！根據移轉公設，Y比Y'更為平均，而「廣義的吉尼係數」却無法區分，這是該指標的缺點。

現在，吾人以新指標來算算上述兩種分配。因m＝1，故(2)* 可由下式算出

$$B^{*}=\int_{0}^{1}(1-s)(s+1)^{2}ds=11/12\text{。}$$

而(3)*則變成

$$A(Y)=\int_{0}^{1}(1-s)[s-(-s)]^{2}ds$$
$$=4\int_{0}^{1}(1-s)s^{2}ds=1/3\text{，}$$
$$A(Y')=\int_{0}^{1}(1-s)[s-(-2s)]^{2}ds$$
$$=9\int_{0}^{1}(1-s)s^{2}ds=3/4\text{。}$$

因此，$C^{*}(Y)=4/11$，而$C^{*}(Y')=9/11$。兩者之不平均度，很明白地區分出來。

五、結　　論

本文利用民生主義的「均富」觀念，建立一個衡量所得分配不平均度的新指標，不但保有其他指標的種種「傳統上」的特性，而且以「所得的邊際效用遞減律」為經濟理論基礎，又能解決學理上LORENZ曲線相交時的疑難，在政策上，更是照顧低所得者，而又不以經濟成長為犧牲品，充分地表現出民生主義的精義。

在第四節中，新指標也對有「負所得」時的分配，作了一番修正，同時，也正確的定義了有負所得時的絕對不平均分配，並與「廣義的吉尼係數」相比較，指出該係數之缺點。在觀念上，提供了一個處理有「負所得」時的衡量指標的理論架構。

參考文獻

(1) 孫立德，“均富與經濟理論之假設”中央研究院三民主義研究所專題選刊（十）。

(2) 曹添旺－賴東昇－陳昭南，“廣義的吉尼係數——所得有負時的吉尼係數及其修正”中央研究院三民主義研究所專題選刊（二十二）。

(3) 邊裕淵，“台灣經濟發展與所得分配”國立台灣大學經濟學研究所博士論文，中華民國六十七年七月。

(4) Alkinson, A. B. (1970), "On the measurement of inequality", *Journal of Economic Theory*, Vol. 2, pp. 244-263.

(5) Alkinson, A. B. (1975), *The Economics of Inequality*, Oxford University Press, London.

(6) Champernowne, D. G. (1974), "A Comparison of measures of inequality of income distribution", *Economic Journal*, Vol. 84, pp. 787-816.

(7) Cowell, F. A. (1977), *Measuring Inequality*, Halsted Press, John Wiley and Sons, New York.

(8) Dalton, H. (1920), "The measurement of the inequality of incomes", *Economic Journal*, Vol. 30, pp. 348-361.

(9) Fei, J. C. H. and Chou, C. F. (1978), "Empirical Analysis and an Axiomatic Approach to the Gini Coefficient", *Studies and Essays in Commemoration of the Golden Jubilee of Academia Sinica*, pp. 185-202.

(10) Kolm, S.-Ch. (1969), "The optimal production of social justice" *in* Margolis, J. and Guitton, H. (ed), *Public Economics*, Macmillan, London.

(11) Schutz, R. R. (1951), "On the measurement of income inequality", *American Economic Review*, Vol. 41, pp. 107-122.

(12) Sen, A. K. (1973), *On Economic Inequality*, Oxford University Press, London.

(13) Theil, H. (1967), *Economics and Information Theory*, North Holland, Amserdam.