中央研究院
三民主義研究所

專題選刊

(二十九)

住宅選擇與人口的最適分佈

麥朝成

中華民國
臺灣 臺北 南港

中華民國六十九年三月

住宅選擇與人口的最適分佈

麥　　朝　　成

前　　言

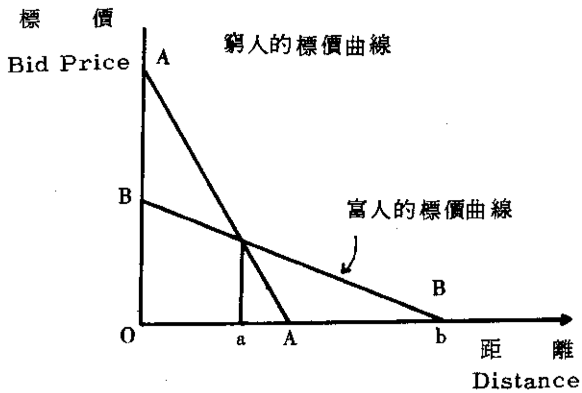
在經濟發展與工業化的過程中，人口逐漸湧向城市集中；同時，新的城鎮或住宅區也不斷出現。此種都市化（ Urbanization ）的結果，直接或間接地帶來各種犯罪、髒亂、擁擠、貧民窟（ Slum ），及環境污染等嚴重的社會問題。在此種錯綜複雜的社會經濟環境之下，人與人之間的行爲休戚與共，而區域與區域（不論是住宅區或產業區）間的發展也是息息相關，彼此交互影響的。例如，住在貧民窟的窮人，他們的經濟行爲不僅會影響到該地區的一般福利水準，而且也會影響到富人住宅區的福利水準，產生所謂的外部經濟或不經濟（ External economy or dis-economy ）的社會問題。因此，如何實施區域間有計劃的人口合理分佈，以平衡及提高城市與鄉村間的生活水準及品質（ Quality of life ），實爲都市及人口規劃的重要課題。關於人口分佈的問題，　國父在「實業計劃」中早有「移民於東三省、蒙古、新疆、青海、西藏」的計劃，其主要目的即是爲了調劑人口的盈虛，謀全國人口分佈的均衡。　先總統蔣公進一步闡揚　國父人口理論的精義，在「民生主義

育樂兩篇補述」中，一方面要「各地人口分佈，應使其適於資源的開發與利用」，一方面要「城市與鄉村均衡發展，要做到城市鄉村化，鄉村城市化」，以期達到「全國人口均衡分佈」的目的。

本文想要應用最近發展的都市經濟學（ Urban economics ）的理論分析工具，建立一個兩類住宅區及兩個階層的居民（即窮人與富人）的一般均衡區位理論模型，分析不同階層的居民之人口相對成長如何影響住宅區之間的福利水準，藉以驗證 國父暨先總統 蔣公的人口分佈理論，並供都市規劃決策者之參考。本文共分四節。第一節爲有關文獻的簡介；第二節爲一般均衡區位理論模型的建立；第三節爲比較靜態分析；最後一節爲結論。

一、文獻的簡介

關於土地規劃利用的區位問題，應歸功於德國經濟學家von Thünen〔6〕的早期貢獻。他的區位理論基本上是屬於成本最低的區位理論（Least-cost theory of location）。他認爲運輸成本（ Transportation cost ）的投入與土地的投入共同決定了農業土地利用的最適型態（Optimum patterns）。其實，他的理論亦可應用於都市住宅的土地規劃問題上。沿着von Thünen的研究路線， Alonso〔1〕非常成功地建立了土地利用及地租決定的一般均衡理論。他的理論特別着重於住宅的區位（ Residential location ）問題。他的研究路線主要是從土地所有者（Land owners ）或供給者的立場，來分析土地的利用問題。換言之，在土地市場上，土地的買賣採取所謂標價（ Bid-price ）的方式，由標價最高的買者（ Buyers ）得標。假定土地呈現直線的分佈（ Line distribution ），則根據 Alonso 的理論以及歐美先進國家的實證分析結果，區位與標價的關係，亦即所謂的標價曲線（Bid-price curve ），可以如（圖一）所示〔註一〕。在（圖一）中，縱軸代表土地的標價，而橫軸爲離開大都會（Central Business District，以下簡稱CBD）的距離；原點O爲大都會之所在地；A A線爲窮人的標價曲線，而B B線則爲富人的標



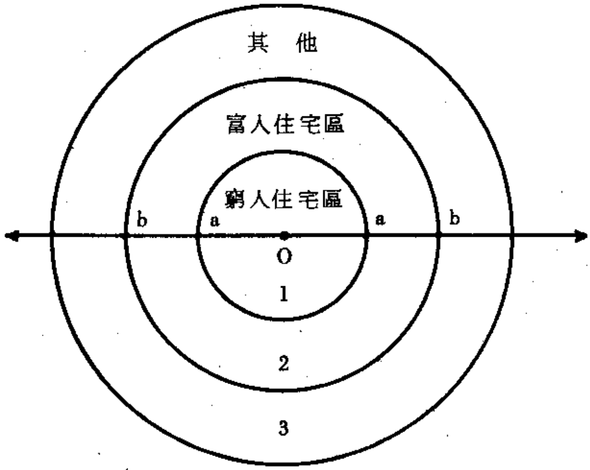
（圖一）　土地的利用型態

價曲線。由於標價最高者可以得標，因此，Oa 線段的土地成爲窮人住宅區，而 ab 線段則爲富人住宅區；其餘（即Ob 線段以外的）土地則作爲其他用途。遵循 Alonso 的路線，Wheaton〔7〕提出更爲一般化的理論模型，探討區域之間所得變化對各該區域之福利水準的影響。下面一節，我們將依照 Wheaton 的研究路線，建立本文的基本模型。

二、理論模型

假想一個經濟社會擁有一個大都會（CBD）；而該社會所有的商業、貿易及金融活動等均集中在CBD 進行。另外，假定該社會的土地，係以CBD 爲中心，呈現一種圓形的均勻分佈，有如（圖二）所示。在（圖二）中，O點代表CBD 的核心；都市土地係以O點爲圓心，以Ob 爲半徑的圓形；而都市土地又劃分爲內圈（Inner ring）及外圈（Outer ring）；內圈以Oa 爲半徑所形成的「1」區，一般爲窮人（The poor）住宅區；而外圈則爲以ab 爲距離所形成的「2」區，通常爲富人（The rich）住宅區。剩下的「3」區，則爲從事農業或其他行業的土地。

爲了分析的方便，假定每一住宅區內的居民，分別擁有相同的嗜好（Taste）



（圖二） 土地的圖形分佈

與所得（ Income ）。根據 Mills 〔3〕、Muth〔4〕以及 Beckmann〔2〕的分析，我們可以假定個別住宅區的居民的效用函數如下：

(1) $U_i = U_i(h_i, x_i)$ $(i = 1, 2)$

其中，h_i 代表住宅土地的租用量；而 x_i 爲混合商品（Composite commodity）的消費量。

另外，每一住宅區的居民的預算限制如下：

(2) $y_i = t(v) + x_i + R_i h_i$ $(i = 1, 2)$

其中，y_i 爲貨幣所得；$t(v)$ 表示住在距離CBD 有 v 公里的居民所需負擔的交通成本（ Travel cost ），R_i 爲地租（ Rental ）。另外，爲方便計，假定混合商品的價格等於一。根據 Alonso-Wheaton 的研究路線，我們知道，土地所有者所要求的地租必然使每個居民預算正好平衡。因此，(2)式可以寫成：

(3) $R_i = \dfrac{[y_i - t(v) - x_i]}{h_i}$

由於在同一住宅區內的居民對其區位（ Location ）沒有差別（Indifference），每個居民必須提供其所能支付的最高土地價格，以保障他的區位。因此，我們可

以定義居民（即買者）的標價為，在既定的效用水準之下，每個居民能夠或願意支付的最高標價。基於上述的原則，每個居民所面對的問題是，在既定的效用水準（即(1)式）的限制下，追求其標價（即(3)式）的極大。所以，拉氏函數（ Lagrangian function ）可以寫成：

$$(4)\quad L=\frac{[y_i-t(v)-x_i]}{h_i}+\lambda\,[\,\bar{U}_i-U_i(h_i, x_i)\,] \qquad (i=1, 2)$$

(4)式分別對 h_i 及 x_i 作偏微分，並加整理，則得：

$$(5)\quad \frac{\dfrac{\partial U}{\partial h_i}}{\dfrac{\partial U}{\partial x_i}}=R_i=\frac{[y_i-t(v)-x_i]}{h_i} \qquad (i=1, 2)$$

在 $t(v)$ 的結構既定的情況下，(1)及(5)兩式聯立可解 h_i 及 x_i，然後將此結果代入(3)式，得到：

$$(6)\quad \begin{aligned} h_i &= h_i(v, U_i, y_i) \\ x_i &= \dot{x}_i(v, U_i, y_i) \\ R_i &= R_i(v, U_i, y_i) \end{aligned} \qquad (i=1, 2)$$

此外，假定除了兩個住宅區的居民以外，第「3」區的人（例如土地投機者或者農人）提供單一而且固定的土地價格，Z。因此，都市的界限（ Boundary ），b，決定於富人的住宅區的標價與第「3」區的標價相等之點，亦卽：

$$(7)\quad R(b, U_2, y_2)=Z$$

另一方面，富人住宅區與窮人住宅區的界限，a，則決定於：

$$(8)\quad R(a, U_2, y_2)=R(a, U_1, y_1)$$

最後，對每一住宅區而言，在其既定的人口供給（ N_i ）之下，必須要有足夠的土地以資容納。基於此項考慮，在土地呈現圓形的分佈之下，我們分別得到下面的關係

式：

$$(9)\quad 2\pi\int_{o}^{a}\frac{v}{h(v, U_1, y_1)}\,dv = N_1$$

$$2\pi\int_{a}^{b}\frac{v}{h(v, U_2, y_2)}\,dv = N_2$$

式中，$\frac{v}{h}$表示人口的密度。

上面(7)～(9)式包括四個均衡條件，可以決定體系的四個變數（a，b，U_1，U_2）。為了探討住宅區之間人口的最適分配（Optimal distribution），我們必須利用比較靜態分析方法（Comparative static analysis），以便分別求出人口結構的相對變動（N_1 或者 N_2 的變化）對兩個住宅區的福利水準（即 U_1 或者 U_2）的影響。在進行此項分析之前，我們必須先導出幾個定理，才能決定(6)式的基本特質。

定理一：$\frac{\partial R}{\partial v} = \frac{-dt}{dv} / h < 0$；$\frac{\partial R}{\partial y} = \frac{1}{h}$

證明：應用 Samuelson〔5〕有名的包絡定理（Envelope theorem），由(4)式分別對 v 及 y 偏微分，即可得證。

定理二：$\frac{\partial R}{\partial U} < 0$

證明：(1)及(3)兩式分別對U全微分，然後求解，則得：

$$\frac{\partial R}{\partial U} = \frac{-1}{\frac{\partial U}{\partial x}h} < 0 \quad \left(\because \frac{\partial U}{\partial x} > 0\right)$$

最後，為簡化分析起見，我們可做如下的假定：

假定一：$\dfrac{d\dfrac{dt}{dv}}{dv}v\Big/\dfrac{dt}{dv}=v\dfrac{d^2t}{dv^2}\Big/\dfrac{dt}{dv}\leq 1$

假定一暗示，邊際運輸成本的距離彈性小於 1 。

有了上述的定理及假定之後，我們現在可以進行本文主要的討論。應用定理一，我們獲得下面的關係式：

$$\left(-\frac{\partial R}{\partial v}\right)\Big/\left(dt/dv\right)=\frac{1}{h}$$

將此關係式代入(9)式，並利用部份積分法（ Integration by parts ），令 $A=\dfrac{v}{\left(\dfrac{dt}{dv}\right)}$ 及 $B=\dfrac{\partial R}{\partial v}dv$ ，可以得到：

$$(9a)\quad \frac{aR_{a1}}{\dfrac{dt}{dv_a}}-\int_o^a R_1C(v)dv=-\frac{N_1}{2\pi}$$

$$(9b)\quad bZ\Big/\frac{dt}{dv_b}-aR_{a2}\Big/\frac{dt}{dv_a}-\int_a^b R_2C(v)dv=-\frac{N_2}{2\pi}$$

爲了演算方便起見，把（9a）及（9b）合併，并利用(8)式即得：

$$(9c)\quad bZ\Big/\frac{dt}{dv_b}-\int_o^a R_1C(v)dv-\int_o^a R_2C(v)dv=-\frac{N_1}{2\pi}-\frac{N_2}{2\pi}$$

式中，$C(v)=\left[1-v\dfrac{d^2t}{dv^2}\Big/\dfrac{dt}{dv}\right]\Big/\dfrac{dt}{dv}$。根據假定一，$C(v)>0$。

（9b）及（9c） 兩個條件式，其實，相等於（9a）及（9b），也等於原來的(9)式。因此，以下的分析將直接應用（9b）及（9c）。爲了本文的目的，我們想要分別決定

$\frac{dU_1}{dN_1}$，$\frac{dU_2}{dN_1}$，$\frac{dU_1}{dN_2}$，以及$\frac{dU_2}{dN_2}$ 的符號，因此，必須採用比較靜態分析法。

三、比較靜態分析

首先，讓我們先觀察N_1的增加對兩個住宅區福利水準的衝擊。

(7)式對N_1全微分卽得：

$$(10)\quad \frac{\partial R}{\partial b}\frac{db}{dN_1}+\frac{\partial R_{b2}}{\partial U_2}\frac{dU_2}{dN_1}=0 \quad 或者$$

$$\frac{db}{dN_1}=\left(-\frac{\partial R_{b2}}{\partial U_2}\Big/\frac{\partial R}{\partial b}\right)\frac{dU_2}{dN_1}$$

再者，(8)式對N_1全微分可得：

$$(11)\quad \frac{\partial R_2}{\partial a}\frac{da}{dN_1}+\frac{\partial R_{a2}}{\partial U_2}\frac{dU_2}{dN_1}=\frac{\partial R_1}{\partial a}\frac{da}{dN_1}+\frac{\partial R_{a1}}{\partial U_1}\frac{dU_1}{dN_1} \quad 或者$$

$$\frac{da}{dN_1}=\frac{1}{E}\left[\frac{\partial R_{a2}}{\partial U_2}\frac{dU_2}{dN_1}-\frac{\partial R_{a1}}{\partial U_1}\frac{dU_1}{dN_1}\right]$$

其中，$E=\left(\frac{\partial R_1}{\partial a}-\frac{\partial R_2}{\partial a}\right)$。因爲富人比窮人的區位距離CBD更遠，所以$E<0$。

接着，(9b)對N_1全微分，並且利用(7)與(8)兩式，可以求得：

$$(12)\quad -\left(a\frac{\partial R_2}{\partial a}\Big/\frac{dt}{dv_a}\right)\frac{da}{dN_1}-\left[\left(a\frac{\partial Ra_3}{\partial U_2}\Big/\frac{dt}{dv_a}\right)+\int_a^b\frac{\partial R_2}{\partial U_2}C(v)\,dv\right]\frac{dU_2}{dN_1}=0$$

將(11)代入(12)式，并加以整理可得：

(13) $$\frac{dU_1}{dN_1}=\frac{H}{F}\frac{dU_2}{dN_1}$$

其中，

$$F=\left(a\frac{\partial R_2}{\partial a}\frac{\partial Ra_1}{\partial U_1}\right)\Big/\left(E\frac{dt}{dv_a}\right)$$

$$H=\left[\left(a\frac{\partial R_2}{\partial a}\frac{\partial Ra_2}{\partial U_2}\right)\Big/\left(E\frac{dt}{dv_a}\right)+\left(a\frac{\partial Ra_2}{\partial U_2}\Big/\frac{dt}{dv_a}\right)+\int_a^b\frac{\partial R_2}{\partial U_2}C(v)dv\right]$$

根據定理一及定理二，我們知道，$F>0$ 以及 $H<0$，因此，(13)式的關係可以繪成（圖三）的 I I 線。

最後，（9c）再對 N_1 全微分解得：

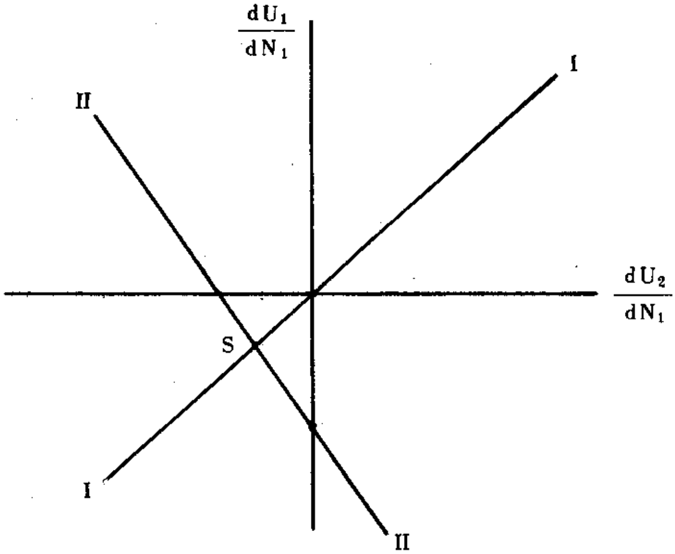
(14) $$\frac{dU_1}{dN_1}=\left(\frac{1}{2\pi}\right)\Big/F'-\frac{H'}{F'}\frac{dU_2}{dN_1}$$

其中，$F'=\int_0^a\frac{\partial R_1}{\partial U_1}C(v)dv$

$$H'=\int_a^b\frac{\partial R_2}{\partial U_2}C(v)dv$$

根據定理二，$F'<0$ 及 $H'<0$。 同樣的，(14)式的關係亦可繪成（圖三）的 II II 線。(13)及(14)兩式聯立即可分別求得 $\frac{dU_1}{dN_1}$ 及 $\frac{dU_2}{dN_1}$。此解即對應於（圖三）I I 線與 II II 線的交點 S，因為 S 點落在第三象限，我們得到下面的結論：

(15)
$$\frac{dU_1}{dN_1}<0$$
$$\frac{dU_2}{dN_1}<0$$



（圖三） N_1 變化的福利效果

現在讓我們轉到另一個問題上。這個問題是，富人之人口的相對成長如何影響窮人與富人的福利水準。我們可以根據上面所採的相同技巧，來進行分析。

(7)及(8)兩式均對 N_2 全微分，並加以整理即得：

$$(16)\quad \frac{db}{dN_2}=\left(-\frac{\partial R_{b2}}{\partial U_2}\Big/\frac{\partial R}{\partial b}\right)\frac{dU_2}{dN_2}$$

$$(17)\quad \frac{da}{dN_2}=\frac{1}{E}\left(\frac{\partial R_{a2}}{\partial U_2}\frac{dU_2}{dN_2}-\frac{\partial R_{a1}}{\partial U_1}\frac{dU_1}{dN_2}\right)$$

再者，（9b）對 N_2 全微分則得：

$$(18)\quad -\left(a\frac{\partial R_2}{\partial a}\Big/\frac{dt}{dv_a}\right)\frac{da}{dN_2}-\left[\left(a\frac{\partial Ra_2}{\partial U_2}\Big/\frac{dt}{dv_a}\right)+\int_a^b\frac{\partial R_2}{\partial U_2}C(v)\,dv\right]\frac{dU_2}{dN_2}=-\frac{1}{2\pi}$$

將(17)式代入(18)式，得到(19)式：

(19) $$\frac{dU_2}{dN_2}=\left(\frac{1}{2\pi}\right)\Big/G+\frac{D}{G}\,\frac{dU_1}{dN_2}$$

式中，$D=\left(a\frac{\partial R_2}{\partial a}\,\frac{\partial R_{a1}}{\partial U_1}\right)\Big/\left(E\frac{dt}{dv_a}\right)$

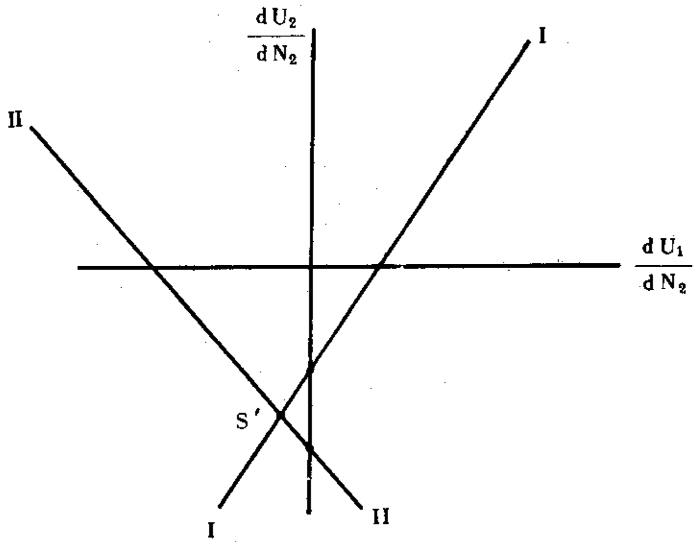
$$G=\left[\left(a\frac{\partial R_2}{\partial a}\,\frac{\partial Ra_2}{\partial U_2}\right)\Big/\left(E\frac{dt}{dv_a}\right)+\left(a\frac{\partial Ra_2}{\partial U_2}\Big/\frac{dt}{dv_a}\right)+\int_a^b\frac{\partial R_2}{\partial U_2}C(v)\,dv\right]$$

依照定理一及定理二，$D<0$ 以及 $G<0$，因此，(19)式可繪成（圖四）的 I I 線。

最後，(9c) 對 N_2 全微分，結果得到：

(20) $$\frac{dU_2}{dN_2}=\left(\frac{1}{2\pi}\right)\Big/G'-\frac{D'}{G'}\,\frac{dU_1}{dN_2}$$

式中，$D'=\int_0^a\frac{\partial R_1}{dU_1}C(v)\,dv$　　　$G'=\int_a^b\frac{\partial R_2}{\partial U_2}C(v)\,dv$



（圖四）　N_2 變化的福利效果

定理二暗示D′＜0以及G′＜0。同樣的，(20)式的關係亦可繪成（圖四）的 II II線。為了證明 I I 線與 II II 線相交於第三象限而非第四象限〔如（圖四）所示〕，我們必須求證 II II 線的截距（ Intercept ）大於 I I 線的截距。為此，我們可以求兩直線的截距之比值如下：

$$(21)\quad \alpha = \frac{\dfrac{\left(\dfrac{1}{2\pi}\right)}{G'}}{\dfrac{\left(\dfrac{1}{2\pi}\right)}{G}} = \frac{G}{G'}$$

$$= \frac{\left[\left(a\dfrac{\partial R_2}{\partial a}\dfrac{\partial R_{a2}}{\partial U_2}\right)\Big/\left(E\dfrac{dt}{dv_a}\right) + \left(a\dfrac{\partial R_{a2}}{\partial U_2}\Big/\dfrac{dt}{dv_a}\right) + \int_a^b \dfrac{\partial R_2}{\partial U_2}C(v)\,dv\right]}{\int_a^b \dfrac{\partial R_2}{\partial U_2}C(v)\,dv} > 1$$

我們已經證明 I I 線與 II II 線相交於第三象限，因此可以得到下面的結果：

$$(22)\quad \frac{dU_2}{dN_2} < 0$$

$$\frac{dU_1}{dN_2} < 0$$

由上面的(15)及(22)兩式得知，不管窮人的或者富人的人口過度膨脹，均會對兩個住宅區的居民產生不利的結果。具體而言，窮人的人口成長不僅降低窮人住宅區的福利水準，同時也減少富人住宅區的福利水準。在這種情況下，我們可以說，窮人把外部不經濟（ External diseconomies ）的效果加諸於富人的身上。同樣地，富人住宅區的人口成長亦有類似的外部不經濟效果。

四、結　　論

乍看之下，由上面的(15)及(22)兩式所得到的結論似乎令人感到驚訝。但是仔細地

推敲之後，我們不難看出，它是毫不足奇的。因爲在有限的土地或住宅數量之下，如果人口數或戶數的增加率大於住宅（或土地）的增加率，以致發生房荒的現象，則該地區居民的生活水準或品質就會下降。以上的分析也爲　國父暨先總統　蔣公的人口分佈理論提出強有力的詮釋。因此，區域規劃的決策當局，應該依據三民主義有關人口分佈理論的基本精神，研訂妥善有效的中、長期區域建設計劃，實施區域間有計劃的人口遷徙，防止都市人口的過度集中，使人口與資源相互配合，促進都市與鄉村人口的平均發展，以謀全國人口的合理分佈。果爾，不僅可提高各該地區居民的生活水準，而且可使全社會的福利水準達到最大。

註　釋

〔註一〕歐美先進國家，富人大都住在離城市較遠的郊區，而窮人則住在離城市較近的城中區。美國的紐約市即爲一個非常典型的例子：富人或白人住在郊區的 Queens，而窮人或黑人則住在城中 Manhattan 的附近。在台灣地區，住宅的分佈型態亦逐漸有這種趨勢。很多有錢的人在陽明山或天母等郊區擁有豪華的別墅。

參考文獻

〔1〕 Alonso, W., *Location and Land Use,* Harvard University Press, Cambridge, Mass. (1964)

〔2〕 Beckmann, M. J., "On the Distribution of Urban Rent and Density," *Journal of Economic Theory, 4* 2 (1972).

〔3〕 Mills, E. S., "An Aggregate Model of Resource Allocation in Metropolitan Areas", *A.E.R,* (May, 1967).

〔4〕 Muth, R., *Cities and Housing,* University of Chicago Press, Chicago III (1969).

〔5〕 Samuelson, P. A., *Foundations of Economic Analysis,* Harvard University Press, Cambridge, Mass. (1947)

〔6〕 Von Thünen, *Von Thünen's Isolated State,* Trans. by C. M. Wartenberg, ed. by P. Hall, New York: Pergamon Press (1966).

〔7〕 Wheaton, W. C., "On the Optimal Distribution of Income Among Cities", *Journal of Urban Economics, 3,* pp. 31-44 (1976).

〔8〕「國父全集」，中央黨史史料編纂委員會，國父百年誕辰紀念委員會出版，台北，中央文物供應社，中華民國五十四年。
〔9〕「蔣總統言論選集」，中興山莊出版，中華民國六十三年四月（三版）。
〔10〕涂子麟，「三民主義專題研究」，幼獅文化事業公司出版，中華民國六十五年一月。