社會科學整合論文集，陳昭南、江玉龍、陳寬政主編。
中央研究院三民主義研究所叢刊(9)，頁107-124.
中華民國七十一年（1982），八月十五日。台北，南港。

系譜空間的數理分析

劉　斌　雄*

(一)非區分性別空間

1.定義及符號

空間（Space）是由基集（Basic Set）B及一個或數個結構（Structure）組成，其中基集包含元素 a, b, c, …, 等人， 結構是一個基集的部分集合，例如家庭結構包含了數個家庭組成的集合，夫-妻結構包含了數個已婚夫妻組成的集合。

關係（Relation）是一種結構，它的部分集合是元素對（Pair）所構成的集合。

"對"的意思是指"有序的成對"（Ordered Pair），換句話說"夫-妻"與"妻-夫"是不同的關係，而且爲方便起見，我們將以關係中的第二個要素來表示一個元素對；所以"妻關係"是"夫-妻"之簡稱。在非數學的語言裏"關係"（或更正確地說，二元關係）常被定義爲"一種意味著一對實體（Entities）的性質"，而其數學定義，像所有數學定義一樣可以"集合的集合"來定義，從非數學

*中央研究院民族學研究所研究員。

的關係中抽離去其基本的成分，亦即以一組元素對所組成之集合來表示，因之可以避免含糊不清。

集合{(b,a),(d,c)…}是p={(a,b),(c,d)…}裡面元素對之要素的次序顛倒，稱作p的逆集合(Inverse)，記成p^{-1}，如果 p是子-親關係，那麼$p^{-1}=c$是親-子關係。

二個關係Q，R的乘積(Product)Q·R是由(a,c)組成的集合，其中(a,b)∈Q，(b,c)∈R。例如Q是father，R是 brother，那麼乘積Q·R 包含所有的元素對(a,c)，其中有些b是a的father，而且c是b的brother，換言之(a,c)屬於Q·R，表示c是a的uncle，很明顯地$(Q\cdot R)^{-1}=R^{-1}\cdot Q^{-1}$。

我們把P·P記成P^2，$PP\cdot P=P\cdot PP=P^3$，…，$C\cdot C=C^2=(P^{-1})^2=P^{-2}$，…，單位關係(identity)包含所有如(a,a)，(b,b)，…等的元素對，並可以I來表示，$I=P^0\cdot C^0=P^0\cdot P^0=C^0\cdot C^0$。以上所有的關係通通稱為P或C的冪(Power)。

如果任何兩個P的冪集合裡，沒有共同的元素對(交集爲空集合)，則P稱爲階層的關係(Stratifying)。很明顯地如果P是階層的，其逆集合C亦然，P及C的冪決定不同的階層，稱爲"世代"(Generation)，亦即沒有一個人是自己的祖先。

系譜空間(Genealogical Space)G是一個空間，其中最少有一個結構是一種階層的關係P，稱之爲子-親關係。既然所有關於空間G的敍述都是基於關係P的階層的性質，且既然C也是階層的，那麼任何有關G的敍述如果是眞的，將以上之敍述轉換成其對偶(Dual)敍述也是眞的，只要敍述中所有P換成C，C換成P。例如一敍述"同胞(PC)爲對稱(Symmetric)"是眞的(即其逆集合爲其自身，譬如a爲b之同胞則b亦爲a之同胞)。其對偶敍述"配偶(CP)爲對稱"亦爲眞的。下面我們將發現這個對偶原則(Principle of Duality)不僅適用親與子，也適用男與女。

如果P是G上唯一之結構，則G爲非性別區分的(Non-Sex Distinguishing)系譜空間。含有親子與性別兩個結構的系譜空間，將在下節予以討論。

在非性別區分的空間的例子中，uncle 或 aunt 可以簡稱爲 uncle，nephew 或 niece 爲 nephew。

2.圖形、其逆對及對偶路徑

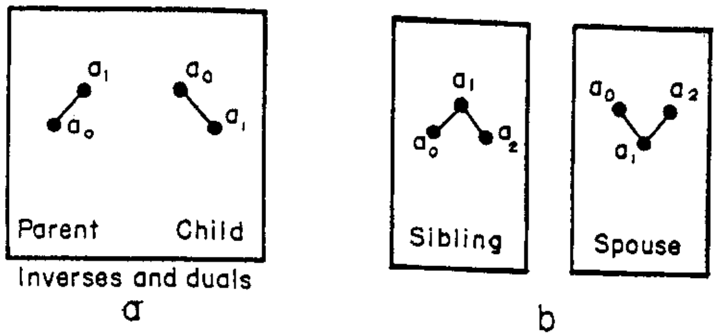
不同的關係可以由圖形（Graph）看出來，圖形中每個人以點表示，子代列於親代之下，各個子－親對分別以綫段連結，那麼任何二人 a_0 及 a_n 的關係就可以清楚的以從 a_0 到 a_n 的路徑（Path）π 來定義（如圖），即以包含不同元素的序列（a_0, a_1, …, a_n）來定義，其每一相鄰兩個元素形成的元素對如（a_0, a_1），（a_1, a_2），…，（a_{n-1}, a_n）不是子－親元素對 P，便是親－子元素對 C。

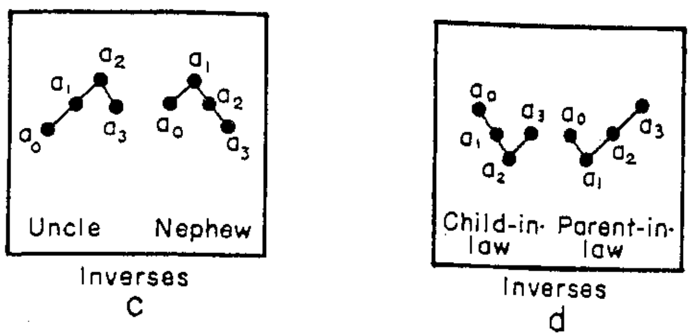
π 的對偶是一個由 P 及 C 組成的路徑，其序列可以由以 C 代 P，以 P 代 C 中得到，而逆徑 π^{-1} =（a_n, a_{n-1}, …, a_0）可以由下列方法導出，先把 π 中 P 及 C 組成的序列之順序倒置排列，再將 C 代入 P，P 代入 C。在圖中每一路徑 π 和它的逆徑同被畫在一方形中，其對偶則與其並排，亦即左邊方形內的圖與右邊是對偶，右邊方形內的圖與左邊亦是對偶。

路徑 π 的長度（Length）爲 n，或謂有 n 步驟（Step），如果所有元素對（a_0, a_1），（a_1, a_2），…皆爲 P（或 C），該路徑稱之爲上行路徑（反之下行路徑）。如果 π 中有 p 個步驟是 P，其餘 $q = n - p$ 個步驟爲 C，則 π 之高度（Height）$h = p - q = n - 2q$（可能爲正，負或 0），a_n 爲 a_0 的上 h 代。

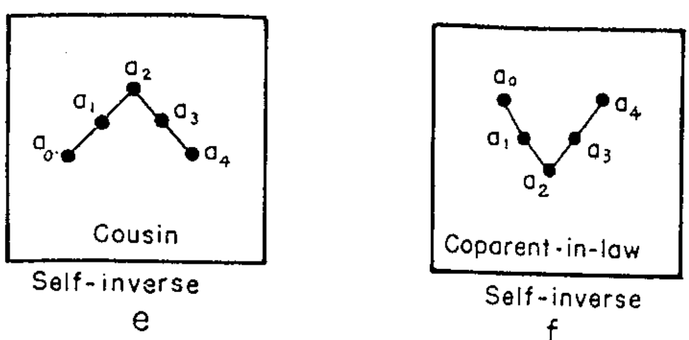
這些素描並不能表示全部的關係，只包含了該關係中的一部分；圖上標爲 uncle 者（更精確一點是 nephew-uncle 關係）只代表其中的一個 nephew，亦即自我（Ego）a_0，而 a_8 只表示 a_0 之 uncle 中的一個。整個的 nephew-uncle 的關係如果要全部表示出來，只能由很多不同點出發的線連成向迷宮一樣不可解的東西。

從另一方面來說，以數學方式來討論一個關係，較爲簡單明瞭而易理解，如果我們着眼於整體關係而不是一個人的全部親戚。





c 與 d 爲對偶



e 與 f 爲對偶

3.親屬類型

任何由P及C組成的序列Q，例如Q=CPPCCP（ spouse's sibling's spouse）將決定一組由 a_0 到不同點 a_n 的路徑。我們將謂Q是代表關係的親屬類型（Kinship Type），這個關係包含了所有（a_0，a_n）這樣的元素對。爲方便起見，有時我們說（a_0, a_n）包含於Q，表示（a_0，a_n）屬於Q所表示的關係。二種親屬類型Q_1，Q_2的乘積$Q_1 \cdot Q_2$，表示其所對應的關係之乘積。如果說元素對（a，b）屬於Q，等於說（b，a）包含於Q^{-1}。

若干親屬類型可以在英文中找到對應的稱謂，例如：P^2C = uncle，P^4C^6 = third-cousin-twice-removed ；但是大多數的親屬類型，例如$P^7C^5P^8C^2$，在英文中找不到可以對應的稱謂。

4.約　　法

兩個親屬稱謂A，B的乘積A·B，可以包含一個或數個親屬稱謂。例如：

P·PC（ parent's sibling ）僅包含 PPC（ uncle ）

PP·C（ grandparent's child ）包含 PPC，P（ uncle，parent ）

P·PCC（ parent's nephew ）僅包含 PPCC（ cousin ）

PP·CC（ grandparent's grandchild ）包含 PPCC，PC，I（ cousin，sibling，self ）

PPC·C（ uncle's child ）僅包含 PPCC（ cousin ）

而且以上稱謂的乘積之對偶，如C·CP，CC·P，…，CCP·P等亦有相同性質。

多重包含僅當P與C或C與P之間有表示乘積的點號·時才會發生，因爲 PC（ sibling ）及CP（ spouse ）是由元素對（a_0，a_1）及（a_1，a_2）所定義，其中 a_0，a_2 相異，但是P·C（ parent's child ）和C·P（ child's parent ），則尚有可能 $a_0 = a_2$，亦即P·C=C·P=I。因此一個乘積如PP·CC（ grandparent's grandchild ），其內積 $P \cdot C$ 代表 I，那麼去掉裏面這一層 $P \cdot C$，可以得到 $PP \cdot CC$ 的一個部分集合 PC。換言之，$PP \cdot CC$ 可以約化（Reduced）爲 $P \cdot C$，而此一度約化形式（First Reduced Form）$P \cdot C$（P與C之間仍有一・點號）可以再約化爲 I。

通則如下：兩個親屬稱謂K及L的乘積 $K \cdot L$ 爲可約化（Reducible），如果K的的最後一步和L的第一步是互成對偶的話；換言之，如果一爲P，另一爲C，則可約化，經過一度約化之後形式亦可在同樣的條件下再約化，如此約化下去，一直到乘積點號之兩側同爲P或同爲C爲止。

另一個完全相等的敍述是：$K \cdot L$ 爲 q 度可約化形，如果K的頭 q 項與L的頭 q 項完全相同。

這樣 $K \cdot L$ 所包含的不同親屬稱謂便可由每一個約化形式得到，或者從不可約化的乘積 $K \cdot L$ 略去點號而得之。

5.稱謂的結合

親屬稱謂的結合問題，通常有下面三種形式，我們用“ grandparent ”，“ grandchild ”及“ parent ”三個稱謂的關係來示之：

a）我的 grandparent 的 grandchild，是我的什麼人？

b）我的 grandparent 的什麼人，稱我爲 parent ？

c）我的什麼人，我爲他的 grandchild 的 parent ？

設親屬稱謂M，L，K三項中有一項爲未知數時，個別的用X，Y，Z表示，然而三項稱謂的結合爲

$$I \subset K \cdot L \cdot M \qquad （\subset 表示“包含於”）$$

時，可得 a）$X \subset L^{-1} \cdot K^{-1}$　b）$Y \subset K^{-1} \cdot M^{-1}$　c）$Z \subset M^{-1} \cdot L^{-1}$

在 a），$K = PP$，　$L = CC$，則可得出

$$X \subset L^{-1} \cdot K^{-1} = PP \cdot CC$$ 可約化成 $P \cdot C$，進而約化成 I

b) $K = PP$, $M = P$ 則可得

$Y \subset K^{-1} \cdot M^{-1} = CC \cdot C$ 不可再約化

c) $L = CC$, $M = P$, 則可得

$Z \subset M^{-1} \cdot L^{-1} = C \cdot PP$ 可約化成 P

除去點號之後，得

a) PPCC (cousin) PC (sibling) I (self)

b) CCC (great grandchild)

c) CPP (parent-in-law) P (parent)

6.數字符號

任一親屬類型如 P^2C^2 (cousin) 或 CP^2C^2P (spouse's sibling's spouse) 可以簡記爲冪次的序列，如 $P^2C^2 = 22$ ，$CP^2C^2P = 012210 = P^0C^1P^2C^2P^1C^0$ ，其中第一個 0 用來表示首項爲 C，最後那個 0 表示末項爲 P。

在這一套新的數字符號裏，每一種親屬類型的長度必爲偶數，常見英語的親屬稱謂可以記成下列記號：

$10 = P =$ parent

$01 = C =$ child

$m0 = P^m =$ mth ancestor

$0m = C^m =$ mth descendant

$11 = PC =$ sibling

$0110 = CP =$ spouse

$21 = P^2C =$ uncle

$12 = PC^2 =$ nephew

$0210 = C^2P =$ child-in-law

$0120 = CP^2 =$ parent-in-law

$$22 = P^2C^2 = \text{cousin}$$

$$0220 = C^2P^2 = \text{co-grandparent}$$

$$m(m+k) = P^mC^{m+k} = m\text{th cousin k-times-removed}$$

$$0m(m-k)0 = C^mP^{m+k} = (m+k)\text{th ancestor of } m\text{th descent-ant through distinct intermediate relatives}$$

在末項爲 P時，添加一“ 0 ”於其後，至少有下列三個理由：

i） 反轉一親屬類型中其 P 與 C 的組合順序 即可得出該親屬類型之逆親屬類型。例如 $12 = PC^2$（ nephew ）爲 $21 = P^2C$（ uncle ）之逆類型； 0110 = spouse 其逆類型仍爲 0110 。

ii） 加減首尾之“ 0 ”可得其親屬類型之對偶，例如： $0220 = C^2P^2$ = co-grandparent 是 $22 = P^2C^2$ = cousin 的對偶。

iii） A·B 可以約化若且唯若 A的末項及 B的首項同時非零。（如果其中一項爲零，則其乘積已經是完全約化。如果二者同時爲零，則此二零可以相消，約化繼續進行）。約化形式的數目等於兩者之一項（如果這兩項相等的話，則約化形式的數目等於兩者之一加上再相鄰兩項中較小的一項），如果這非零兩項又以再約化至當中之一項爲零，或這兩項在約化的過程中同時變爲零，則約化又再繼續一步。

與一個不完全約化形式相對應的親屬稱謂，只要把點號省去，便可得到，一個完全約化的形式，則要把零的兩邊相加然後再略去零及點號，卽可得其稱謂。如 22·12（ cousin's nephew ）可約化爲 21·02 = 23（ first-cousin-once-removed ）。在 1·5 節提出的問題可以說明如下：設 K = 20, K^{-1} = 02, L = 02, L^{-1} = 20, M = 10, M^{-1} = 01, 則

$X \subset L^{-1} \cdot K^{-1} = 20.02 = 2 \cdot 2$, 其約化形式爲 1·1 及 I ；

$Y \subset K \cdot M = 02 \cdot 01$, 無約化形式

$Z \subset M \cdot L = 01 \cdot 20$, 其約化形式爲 00·10

因此如上節所述，X = 22（ cousin ）, 11（ sibling ）或 I（ self ）;

Y = 03（3是0兩邊的2和1相加而得，再省去0及點號）；

Z = 0120（ parent-in-law ），或10（ parent ）。

最後再給一個例子，cousin's cousin，這裡 $X \subset 22 \cdot 22$，其約化形式爲 $21 \cdot 12$，$20 \cdot 02$，$10 \cdot 01$ 及 I。所以 X = 2222（英文裡沒有一個字的稱謂），2112（同樣沒有一個字的稱謂），22（ cousin ），11（ sibling ），及自身（ self ）。

㈡性別區分空間

1.性別區分

到此爲止，我們考慮的系譜空間，只有一個結構 —— 親子關係。現在我們要把性別也考慮進去。

基集B上之k種性別區分（ Sex-Distinction ），是一個含有k個（$k \geq 2$）B的部分集合之結構，這些部分集合具有排他性無遺漏性，分別稱之爲 S_1，S_2，…，S_k。如果 $k = 2$，則稱 S_1 爲男性，S_2 爲女性。$k = 2$ 的情況下，性別只用在一般的意義。如在某些基督教教會使用的字彙裏，一個小孩除了血親父母之外，還有兩個教父母（ god-parents ），就是一個 $k = 4$ 的情況。一個像 a^{s_i} 的符號意味a的性別屬於 s_i，如 $k = 2$，我們可寫 a^f 以表示女性，a^m 表示男性。

只有一個性別的空間裡，親子關係對那一個單一性別而言是有階層的。同理，在k種性別（ $k \geq 2$ ）的空間裏，親子關係必須對每一性別亦是有階層的。換言之，如果我們定義一種S尊親（或S卑親）集合，在其所有元素中 a_0，$a_1^{s_i}$，$a_2^{s_i}$，…，$a_n^{s_i}$ 裡可能除了第一個元素外，其餘都屬於 S_i。同時我們定義P（或C）的正次（或負次）S_i 冪是所有（ a_0，a_n ）元素對所組成的集合，a_0^i 與 a_n 之間有長度爲n的 S_i 尊親(或卑親)連結，如此則P(或C)無任何兩個S冪含有共同的元素對。

因此，我們可以一特定的性別來定義世代的差異，但不同性別間的世代差異則不能有很好的定義，譬如，在某些社會裡（見第三章），uncle-niece 婚姻是通行的規則，在這種婚姻下所生的小孩，他的父方的祖父與母方的曾祖父實爲同一人。

既然性別區分的定義對男、女性別都是對稱的，那麼男女對偶的原則可以成立，亦即任何敘述如果是眞的，把其中的“男”改爲“女”或“女”改爲“男”，所得的敘述亦是眞的（可與第一章所述的子親對偶相對比），男女對偶的原則對將在第三章說明的分割的（m，n）空間是特別有用的。

2.數字符號

在性別區分空間裡，（在此不包括因說話人性別之不同而有之不同親屬稱謂，此問題以後再談）英文裡有兩個稱謂都是 parent: father = F, mother = M ；同樣的 sibling 亦含兩個稱謂: brother = B， sister = Z ; child 亦然 : son = S ， dauthter = D ; 表示 cousin 的稱謂有十六個：MMDD，MMDS，… FFSS 等。

前章所用之符號 10 = parent ，11 = sibling 之記法已不足以表示所有的稱謂，在性別區別空間裡，我們將用如下的符號：

$1_0 0$ = mother　　$1_1 0$ = father　　$0 1_0$ = daughter

$0 1_1$ = son　　$2_{00} 2_{00}$ = MMDD

$2_{00} 2_{01}$ = MMDS....　　$3_{101} 4_{1001}$ = FMFSDDS

我們注意到每一個足標（ Subscript ）的長度，正好是前面所給的數目，例如 3，其足標的長度也是 3 ，4 的話，長度便是 4 ，爲了區分稱謂人性別（如Algonquin 印地安人之一支 Fox 之稱謂），我們在足標之前加一個 1 或 0 ，如 $1_{00}0$ 表示“ mother of a daughter ”，同時稱謂乘積約化的規則也跟著作對應的變更。

這些足標可以縮短，但是，縮短之後就不容易一目了然，縮短的方法是把這一串數字視爲二進位數，把它們轉換成十進位數，例如 $010 = 0\cdot 2^2 + 1\cdot 2 + 0 = 2$, $0101 = 0\cdot 2^3 + 1\cdot 2^2 + 0\cdot 2 + 1 = 5$ ，因此 $3_{010} 4_{0101}$ = MFMDSDS = $3^2 4^5$ ，將此十進位數記在右上角以區別二進位系統。

在很多親屬稱謂中，有時其中間連繫人的性別並不很重要，例如，英語中 grandmother 一詞，可以是MM，也可以是 FM ，因此，用 2 來表示又男又女，

grandmother $=2_{20}0$。

這樣我們採用符號是三進位，可轉成十進位，因此

$$\text{grandmother} = 2^{6}0, \qquad 6 = 2\cdot 3 + 0$$

這種記法，可以擴張到含有k種性別的空間，在這個空間裡如何用特定的稱謂指涉某些人，而這些人的性別如何表達是我們可以做到的。

3.約　化

二個已知的親屬稱謂A與B之乘積A·B之求法如下：

1）　點號兩邊有一爲0時，兩邊相加，並把足標表示性別的號碼並列；譬如，$A=$ mother's father $=2_{01}0$, $B=$ mother $=1_{0}0$，其乘積爲$2_{01}0\cdot 1_{0}0$，兩邊相加，足標並列，並去點號之後，可得$3_{010}0=$ MFM。

2）　約化$A_{a\ldots ij}B_{k\ldots pq}$：僅當 $i=k$ 的情況下（即A的倒數第二個足標號碼及B的第一個足標號碼二者同爲0或同爲1）可以消去 j 及 k（ j 是A的最後一個足標號碼），如此，$2_{01}\cdot 1_{0}$ 可以約化成 $1_{0}0$（我的MFD可能是我的aunt 或是我的mother），但是$2_{01}\cdot 1_{1}$ 無法約化（我的MFS則必定是我的 uncle）。

4.Cousins

“ cousin ”關係 $=22$（$=a_0, a_1, a_2, a_3, a_4$）將在下一章敍述分節的社會中常出現。我們會發現，在三十二種可能的cousin中，只有a_0, a_1, a_3三人的性別最重要。$\sim$表示同性別，$\nsim$表示不同性別， cousin分爲四類：

當　$a_0 \sim a_1$，$a_1 \sim a_3$，則爲平行 - 平行之關係

$a_0 \nsim a_1$，$a_1 \sim a_3$，則爲交叉 - 平行之關係

$a_0 \sim a_1$，$a_1 \nsim a_3$，則爲平行 - 交叉之關係

$a_0 \nsim a_1$，$a_1 \nsim a_3$，則爲交叉 - 交叉之關係

一般常用的稱謂父方交表即爲“平行 - 交叉”類，母方交表即爲“交叉 - 交叉”

類，很不幸的，由於這些稱謂從男性稱謂人的立場出發，破壞了性別的對偶性。

5.父系線及母系線

一個 S_i 線 σ_i 是一個集合，當中至少一個元素屬 S_i ，並且

i） 如果 a 屬於 σ_i，則 σ_i 包含從 a 出發的 S_i 尊親及 S_i 卑親的每一元素，

ii） σ_i 是極小，亦即如果從 σ_i 減去任何一組元素，則將破壞 i）的性質。

設 $k=2$，一個 S_1 線（或 S_2 線）稱爲父系線（或母系線）。很明顯的相同性別的兩個世系線必然是完全一致的。

㈢分節空間

1.定　　義

一個空間含有m個父系線及n個母系線則稱之爲（m，n）空間。父系線及母系線的交集稱爲分節（ Segment ）。如果一個（m，n）空間裏，每一條父系線與每一條母系線的交集爲非空集合，則此空間稱爲一個聯姻（ Alliance ），含有mn個分節。由於男－女之對偶關係，我們可以假設 $m \geq n$ 。以下行文將用“空間”一詞表示“聯姻”。

社會學上的k－親屬，k是一個親屬稱謂，定義爲在同一分節內與血統上的k親屬同性別的人；例如，a_0的 sibling 是與 a_0的血統上的 sibling 在同一分節內的人。

婚姻規則是有兩個分節 Σ_1 及 Σ_2，在 Σ_1 內沒有一個男人與 Σ_2 的任一個女人有共同的子女。

分節空間是一個 $m \geq 2$ 具有婚姻規則（Σ_i，Σ_i）的空間，即同一分節內的任何兩個人，其子女絕不相同。換言之，婚姻爲交叉父系及交叉母系。(1，1)空間是一個很瑣碎的分節空間（ Trivially Segmented ）。

由此定義，婚姻規則是限制性的，譬如，a_0 不能找 Σ_1 分節的人結婚。爲方便起見，下述的婚姻規則都用指定婚形式記述：例如，a_0 必須跟 Σ_j 的人結婚。但是

任何指定的規則都用一組限制的規則來表示；如：如果a_0必須與S_1的人結婚 ，則 a_0 不能與S_2 ，S_3 ，…， S_{mn} 的人結婚。

2. (1,1)空間

最簡單的分節空間是（1，1）空間，它的父系及母系兩線顯然一致（重合），所以只有一節，沒有婚姻法制。既然其他的社會禁止同胞婚姻，所以（1，1）空間有時又被稱爲同胞空間（ Sibling space ）。此一制度至少在歐洲的某些貴族家庭和古埃及王室裡曾出現過。

3.Kariea(2,2)空間

在澳洲西部的 Kariera 部落表現的一個（2，2）空間。 Kariera 族，佔地約三千五百平方哩，包含大約十個遊群（ Horde ）。每一遊群，平均有五十人，是經濟及宗教組織的基本單位。以一個或數個水洞爲中心，在附近過著打獵採集的生活。每一遊群是父系世系群，行外婚制，從父居，或從夫居。換言之，每一個遊群都聲稱它是一個有名的祖先（或許是神話的）傳承下來的。每一個人，永遠屬於他的父親的遊群（亦即遊群爲父系氏族），婚姻是與其他遊群通婚，男性永遠屬於他自己的遊群，女性於結婚之後，從他父親的居處移到她丈夫所屬的遊群。這一個遊群分成兩個偶族（ Moiety ），每半有五個遊群（不像其他的澳洲土著， Kariera 對偶族沒有一個特定的名稱）。每一個偶族裡的任一遊群分成兩部，在一個偶族中稱之爲“ Banaka ”及“ Palyeri ”，在另一個偶族中則稱爲“ Karimera ”及“ Burung ”。兩個遊群之間的聯姻，兩者須來自不同的偶族。從 Banaka-Palyeri 偶族來的記爲 H_0 ，從 Karimera-Burung 偶族來的記爲H_1 。

婚姻法則如土著所說的：“ Banaka 必須與 Burung 通婚 ”，而“ Palyeri 必須與 Karimera 通婚 ”。一個父親在 Banaka，其子女便在 Palyeri ；父親屬Karimera，其子女便屬 Burung。同時這個婚姻法則的結果，也使一個屬Banaka 的母親，其子

女屬 Karimera；一個屬 Palyeri 的母親，其子女屬 Burung，反之亦然。

所以方形矩陣

$$\begin{pmatrix} \text{Banaka} & \text{Palyeri} \\ \text{Karimera} & \text{Burung} \end{pmatrix}$$

裏，橫的兩列爲兩個父系線（遊群）H_0 及 H_1，直的兩行分別爲第 0 個母系線及第 1 個母系線。因此，根據定義，Banaka, Palyeri, Karimera 及 Burung 實際上是四個分節。在每個遊群裡，偶數代形成一個分節，奇數代形成另一個分節，這四個分節記爲

$$\begin{matrix} 00 & 01 \\ 10 & 11 \end{matrix}$$

用00來代表 Banaka 是很隨意的，但這一符號確定後，便決定了其他三個符號（假定父系線是平行的，母系線是垂直的）。婚姻法則可以重述如下：

00 與 11 通婚，01 與 10 通婚

因此對角線表示兩個婚姻集合體，稱之爲 M_0，M_1。M_0，M_1 均各包含兩個分節，該兩集合體間不可通婚。如果在 Banaka 中任選一代稱爲第零世代（Zeroth Generation），則 M_0 包含所有偶數代，而 M_1 包含所有奇數代，表示 a 與 b 可以通婚，若且唯若 a 與 b 同爲偶數（或奇數）代。

既然一個社會學上的兄弟－姊妹對（即同一分節中，例如 Banaka 的一男一女）與 Burung 的一個兄弟－姊妹對結婚，則稱之爲“同胞直接交換”（Direct-Sibling-Exchange），亦稱爲“交表婚”（Cross-Cousin Marriage）。因爲，一個 Banaka 的男性如果跟他的第一交表結婚，他的配偶無論是 MBD（交叉－交叉表）或是 FZD（平行－交叉表），都在 Burung。

4.孟根 (4,4) 空間；聯姻圈

(4,4) 空間的例子見於澳洲北部的孟根（Murngin）族，它有大約六十個遊群

，分成Dua及Yiritcha兩個偶族，每一個偶族大約有三十個遊群。每一遊群又分成四部份，屬於Dua者分成 Buralang, Warmut, Balang 及 Karmarung 四個分節 ，屬於Yiritcha的遊群，則有 Bulain, Kaijark, Ngarit 及 Bangardi 四個分節。

雖然直接的證據並不完全，但是從他們使用的親屬稱謂看來，標準的聯姻圈包含了四個遊群，其中兩個屬於Dua，可記爲H_0 與H_2 ，另外兩個屬於Yiritcha，可記爲H_1 與H_3。我們再用足標來區別不同遊群，可以把十六個分節以矩陣表示出來：

遊群 \ 代	(G)	G_0	G_1	G_2	G_3
Dua	H_0	Bur (00)	War (01)	Bal (02)	Kar (03)
Yiritcha	H_1	Ban (10)	Bul (11)	Kai (12)	Nga (13)
Dua	H_2	Bal (20)	Kar (21)	Bur (22)	War (23)
Yiritcha	H_3	Kai (30)	Nga (31)	Ban (32)	Bul (33)

婚姻法則根據土著所述，可用四個婚姻集合體 (M) 來表示：(箭頭表示女人嫁出方向)

(M_0) $00 \rightarrow 31 \rightarrow 22 \rightarrow 13 \rightarrow 00$

(M_1) $10 \rightarrow 01 \rightarrow 32 \rightarrow 23 \rightarrow 10$

(M_2) $20 \rightarrow 11 \rightarrow 02 \rightarrow 33 \rightarrow 20$

(M_3) $30 \rightarrow 21 \rightarrow 12 \rightarrow 03 \rightarrow 30$

每個遊群裡，所有的成員都源自同一名男性始祖 (因他而得遊群名稱)，不過有些始祖的名字，他們可能記不得了；同時，同一分節中的成員亦源自同一名女性始祖。所以，如果我們認爲族人的親屬稱謂是一種屬於社會上的族人的分類，並不表示血緣上的關係，規定一個人對另一個人儀禮行爲的一部份，而且假定這種行爲是基於父系及母系世系而來。因此，無怪乎孟根族人稱其父親及曾孫同爲 Bapa ，由於兩者皆屬同一分節。但是稱其祖父 (Maraitcha) 及其子 (Gatu) 則爲不同名

稱，因爲其屬不同母系之故。同樣的，對不同遊群的親屬稱謂亦不同。

5.較大的聯姻

在較大的聯姻裏，有六、八、十，…遊群（由於偶族的存在表示遊群的數目爲偶數），每一分節有一名稱的法則不再很清楚。我們知道在 (4,4) 空間裏，四個名稱 Buralang, Warmut, Balang 及 Karmarung（在 Dua 遊群裡）是指每一不同的世代，例如，Buralang 用在含有第 0 代，第 4 代，第 8 代的分節，Warmut 用在含有第 1 代，第 5 代，第 9 代的分節等等。但是這些相同的名稱繼續被用來表示較大聯姻裡的不同世代，譬如在 (8,8) 聯姻裡，一個遊群有八個分節，顯然的只有四個名稱並不夠用，因此一個相同的名稱，如 Buralang，不只指第 0 代，8 代，16 代…等屬於第 0 個母系線者，也同時指第 4 代，12 代，20 代…等屬於第 4 母系線者，Warmut 則指第 1 及第 5 母系線；在包含六個母系線的 (6,6) 聯姻裡，Buralang 用來指分別屬於第 0，4，2，0，4，2，…母系線的第 0，4，8，12，16，20，…代，Warmut 則用來指分別屬於第 1，5，3，1，5，3，…母系線的第 1，5，9，13，17,，21，…代等。在各遊群，名稱的起源，也就是 (4,4) 聯姻裡的母系線，大家已都不記得了，現在大家用這些名稱來表示世代，而非母系線。

6.親屬稱謂的組合

在一般的（m, n）空間中有 mn 個分節：

00	01	02	…	0n
10	11	12	…	1n
-				
-				
m0	m1	m2	…	mn

其中，分節符號的第一個號碼表示父系線，第二個號碼表示母系線。計算父系線的號碼是求modulo m（如果m = 4，則2 + 3 = 1），而母系線的號碼是求modulo n，通常，a對b（設b爲男性）的親屬稱謂決定於父系世代的代數p及母系世代的代數q，如果b爲a之長輩的話，則全部會有mn個親屬稱謂。

孟根(4,4)系統有十六個親屬稱謂如下（我們只取男性稱謂，並略去一些變型）：

00	Wawa	01	Gatu	02	Maraitcha	03	Bapa
10	Waku	11	Kaminyer	12	Waku	13	Due
20	Kutara	21	Gurrong	22	Kutara	23	Gurrong
30	Gawel	31	Galle	32	Gawel	33	Nati

21裡的一個人 a_0 應叫13裡的 a_1 用(3,2)的稱謂，亦即Gawel，因爲 a_1 是(1+2，3−1)=(3,2)代長輩於 a_0。

因此稱謂的組合可依如下一個簡單的法則：

假如 a_1 長 a_0 (i, j)代，而 a_2 長 a_1 (k, l)代，則 a_2 長 a_0 (i+k, j+l)代。

是故，在孟根(4,4)空間裏，如果 a_2 長 a_1 (3,1)代，a_1 長 a_0 (3,2)代，則 a_2 長 a_0 (3+3, 1+2)=(2,3)代。換一句話說 a_0 應稱他的 Gawel's Galle 爲 Gurrong。

同樣的，在Kariera的(2,2)空間，我們亦可用乘積表來表示親屬稱謂的組合，例如，a_0 屬 Palyeri，a_1 屬 Karimera，a_2 屬 Burung，則 a_2 長 a_1 (1,0)代，a_1 長 a_0 (1,1)代，因此 a_2 長 a_0 (1+1, 0+1)=(0,1)代，所以對於Kariera親屬稱謂的組合成乘積，我們可用如下之乘積表（計算父系線與母系線的相加）：

00	01	10	11
01	00	11	10
10	11	00	01
11	10	01	00

這個乘積表是表示 Kariera 的四個分節構成可換的 Klein 的四元群 ，爲兩個位數（ Order ）爲 2 的巡回群（ Cyclic Group ）的直接乘積。同樣的，與一般的 (m, n) 空間對應的系譜群是在空間上有 k 種性別，爲 k 個巡回群的直接乘積。因此，每一個有限阿伯群（ Abelian Group ）都是（ m, n ）空間裡的一個系譜群。